

## La Teoría de los Conceptos Nucleares y su aplicación en la investigación en Didáctica de las Matemáticas

Firma Invitada: Ricardo Luengo González

<p><b>Resumen</b></p>	<p>El año 2002 Casas y Luengo crean la Teoría de los Conceptos Nucleares (TCN), que ha servido de marco teórico para muchos trabajos de investigación en el campo de la investigación didáctica. En 2005 se crea el Grupo oficial de Investigación CIBERDIDACT de la Universidad de Extremadura (España) que lleva años trabajando en el conocimiento de la estructura cognitiva de los alumnos, desde el punto de vista de la TCN, constituyendo una de las líneas de investigación principales del Grupo. En este artículo pretendemos dar a conocer la TCN y sus aplicaciones, sobre todo en la Investigación en Educación y específicamente en Didáctica de la Matemática.</p> <p><b>Palabras clave:</b> Teoría de los Conceptos Nucleares; Didáctica de la Matemática.</p>
<p><b>Abstract</b></p>	<p>In 2002, Casas and Luengo created the Theory of the "Nuclear Concepts" (TCN in Spanish), which served as the theoretical framework for many research works in the field of didactics investigation. In 2005 was created the official group CIBERDIDACT Research, at University of Extremadura, Spain, dedicated since then to the study of knowledge of the cognitive structure of the students, from the point of view of TNC, constituting one of the main research lines of the Group . This article aims to inform the TNC and its applications on all research in education and specifically in mathematical didactics.</p> <p><b>Keywords:</b> Theory of the "Nuclear Concepts", Didactic of Mathematics.</p>
<p><b>Resumo</b></p>	<p>No ano 2002 Casas e Luengo criam a Teoria dos Conceitos Nucleares (TCN), que serviu de marco teórico para muitos trabalhos de investigação no campo da investigação em Didática. Em 2005 criou-se o grupo oficial de Investigação CIBERDIDACT da Universidad de Extremadura, Espanha, dedicando-se desde então ao estudo do conhecimento da estrutura cognitiva dos alunos, desde o ponto de vista da TCN, constituindo uma das linhas de investigação principais do Grupo. Neste artigo pretendemos dar a conhecer a TCN e as suas aplicações, sobre toda a investigação em Educação e especificamente na Didática da Matemática.</p> <p><b>Palavras-chave</b> Teoria dos Conceitos Nucleares, Didática da Matemática.</p>

## 1. Introducción

Agradezco a la dirección de la revista UNIÓN el honor que me hace y la oportunidad que me da, al proponerme que fuera la firma invitada en el presente número de esta prestigiosa revista.

Para mí es un honor, colaborar con la revista UNIÓN y con la Federación de Sociedades Iberoamericanas que impulsé y vi nacer allá en el año 1998, cuando asistí al CIBEM, como presidente entonces de la Federación de Sociedades de Profesores de Matemática (FESPM), en el que pronuncié la conferencia inaugural del III CIBEM (Luengo,1998). Junto con otras sociedades, en aquel congreso, la Federación Española promovió y puso las bases para la formación de FISEM y de la revista UNIÓN, que cristalizaron unos años después y actualmente se encuentran ya consolidadas.

Pero también me da la oportunidad de dar a conocer una línea de investigación en la que actualmente trabajo, basada en la Teoría de los Conceptos Nucleares (en adelante TCN), que ha servido de marco teórico para muchos trabajos de investigación en el campo de la investigación didáctica y, en concreto, de la investigación en Educación Matemática.

Comenzaré diciendo que las condiciones de contorno han variado sustancialmente desde mis comienzos investigadores y han venido marcados por varias circunstancias, que han dado como resultado una consideración de la Investigación en Educación Matemática como una investigación universitaria al mismo nivel, y con el mismo reconocimiento que el de otras partes de la Matemática (Álgebra, Análisis, Cálculo, etc.) que se desarrollan en los Departamentos Universitarios.

En España, hasta el año 1984, la investigación en Didáctica de la Matemática, se consideraba como una labor de profesores, pero no de investigadores, y era muy difícil conseguir hacer una Tesis Doctoral en este campo. La polémica se zanja cuando el Ministerio de Educación promulga el Real Decreto 1888/1984, de 26-9-1984 [1], donde se establece el catálogo de Áreas de Conocimiento; por primera vez aparecen las Didácticas Específicas y en concreto la Didáctica de la Matemática.

En el año 2000 se revisa de nuevo el catálogo - BOE del 24-6-2000 [2]- y se añaden nuevas áreas de conocimiento a las existentes, manteniendo el Área de Didáctica de la Matemática, que no ha sufrido variación desde entonces. La creación de los Departamentos [3] fue un hito, junto con la definición de las "Áreas de Conocimiento", para que nuestra área fuera considerada, desde entonces, como un Área más de la Universidad.

En mi caso concreto el caldo de cultivo que impulsaba mi investigación, estaba en mi contacto con los profesores y en mi interés por la mejora de la Enseñanza de las Matemáticas. Por ello fundé, allá en los años 80, el grupo Beta de Didáctica de las Matemáticas y, en 1990 la Sociedad Extremeña de Educación Matemática [4] (de la que desde entonces soy presidente), que se integró en la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) [5].

La creación de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM [6]) fue otro hito muy importante que ha contribuido

decisivamente a la consolidación del Área de Didáctica de la Matemática y a mantenerla productiva. Y ello se hace a través de los muchos campos de investigación que tienen abiertos los distintos Grupos de Investigación que se integran en SEIEM, y de los trabajos tan diversos que se presentan en cada uno de ellos. En nuestro caso, ha sido fundamental pertenecer desde su creación a SEIEM y en concreto al Grupo de Geometría [7], que era el que resultaba más cercano a mis intereses en cuanto a los temas investigación en Didáctica de la Matemática.

Por último, otro hito fundamental ha sido la creación de los Grupos Oficiales reconocidos por cada Universidad. Para mí ha sido fundamental también fundar el Grupo de Investigación oficial de la UEx. "CIBERDIDACT" [8], que coordino, en el que estamos integrados profesores de diversas Áreas, pero que coincidimos en intereses investigadores. Estos intereses confluyen en dos líneas de investigación principales, que coinciden también con los dos que han determinado el desarrollo de mi labor investigadora han sido: La Didáctica de la Matemática y la Introducción de los Ordenadores en la Educación.

El esquema de la figura 1 puede ilustrar lo que ha sido mi labor investigadora y como, a partir de mis dos intereses principales y de las condiciones de contorno ha surgido, y se ha consolidado, la que es actualmente mi línea principal de investigación, la Teoría de los Conceptos Nucleares (TCN).

Las tres líneas de investigación que he desarrollado se representan en tres triángulos que encajan y recubren (junto con el central que representa los intereses personales) el triángulo grande. Las líneas de "Didáctica de la Matemática" y la de "TICs y Educación" forman la base del Proyecto y el tercer triángulo corresponde a una línea transversal, la "Teoría de los Conceptos Nucleares" (TCN), que surge y potencia a las dos anteriores; en ésta última es en la que nos estamos centrando más, en la actualidad.

Las dos líneas matrices han dado lugar a una producción científica que se traduce, por una parte, en la lectura de tesis Doctorales, DEAS, TFM, Proyectos y otros trabajos de investigación. Los resultados se han dado a conocer en libros, revistas, actas de congresos y otras publicaciones[ 9]. También las dos líneas han estado sustentadas por un trabajo colectivo, que en este caso he coordinado y dirigido, enmarcado en el ámbito de los Grupos de Investigación.

En el caso de la línea de "Didáctica de la Matemática" la conexión más directa ha sido con los Grupos SEIEM. Soy miembro de SEIEM desde su creación y adscrito al Grupo de Geometría. En cuanto a los Grupos Oficiales de la UEx, al ser una Universidad pequeña, no fue posible formar un grupo del Área de "Didáctica de la Matemática". Por ello hubo que agrupar varias áreas y se formaron grupos interdisciplinarios. En el caso concreto del grupo que fundé y coordino (CIBERDIDACT), se centra en mis dos intereses prioritarios y tiene dos líneas de investigación, que coinciden ser las dos líneas-base del Proyecto.

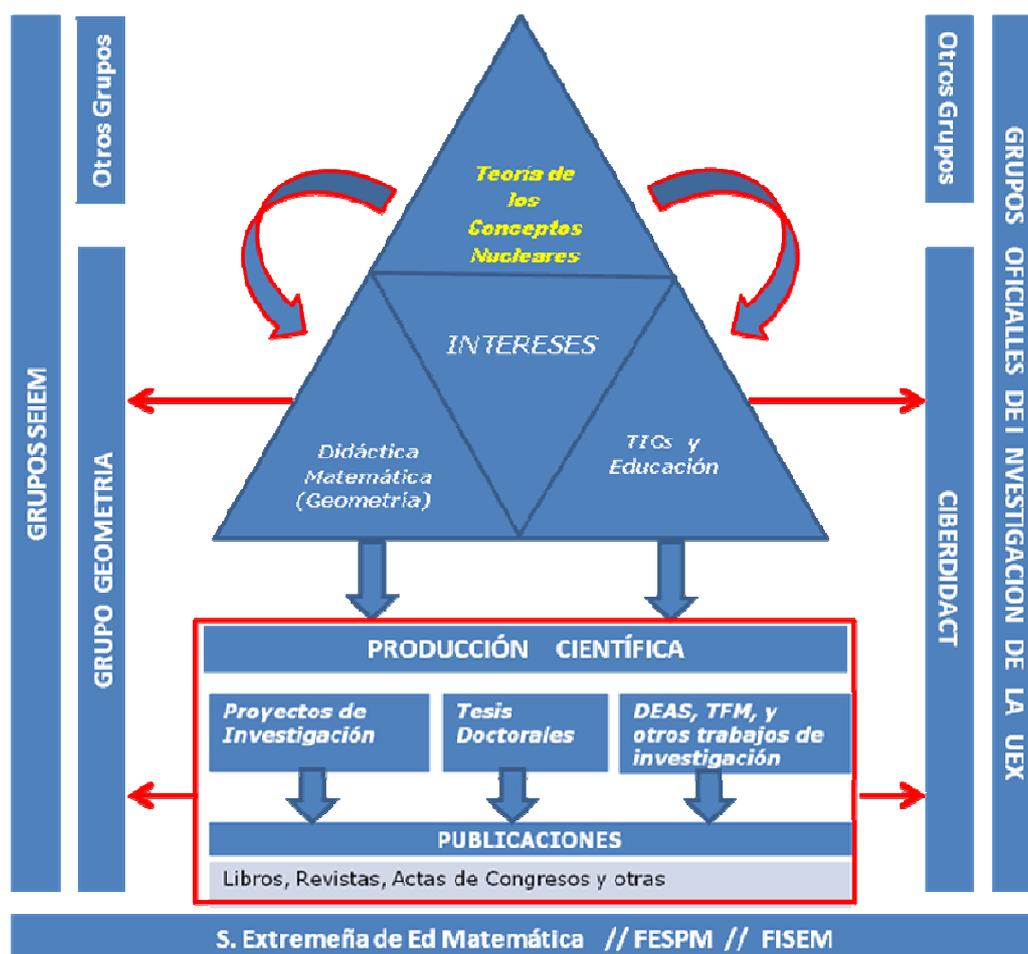


Figura 1. Desarrollo de las líneas de Investigación

La línea de la “Teoría de los Conceptos Nucleares” (TCN) es una línea de síntesis y transversal, que posee una investigación ya consolidada, por la que estamos apostando y que más vamos a desarrollar en el futuro. Por último el origen de mi interés por la investigación en Educación Matemática está en el interés por la mejora de la Enseñanza de las Matemáticas y el deseo de que los resultados de investigación sirvan también a la Práctica docente y de ahí la conexión con las sociedades de Profesores (Sociedad Extremeña de Educación Matemática "Ventura Reyes Prósper", Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) y FISEM [10].

En los siguientes apartados, trataremos de exponer la TCN, la técnica asociada -Redes Asociativas Pathfinder (RAP)-, el programa GOLUCA, las aplicaciones en Investigación en educación, en concreto en Didáctica de la Matemática, y las perspectivas futuras de nuestra línea de investigación.

## 2. Teoría de los Conceptos Nucleares (TCN)

Sus orígenes se sitúan en el año 2002, durante la investigación de la Tesis Doctoral del Dr. Casas [11], al estudiar el concepto matemático de ángulo, desde el punto de vista de su red conceptual. Los resultados obtenidos no se podían interpretar desde los marcos teóricos consolidados, apuntando en la dirección contraria a la esperada. Ello nos llevó a crear una nueva teoría que hace una

propuesta de integración, a partir de las teorías establecidas, pero que pretende aportar un enfoque innovador y que nace de la experimentación práctica: La “Teoría de los Conceptos Nucleares”.

## 2.1. Marco Teórico previo de referencia

Los fundamentos teóricos de la TCN (Casas y Luengo, 2005) se basan en el marco teórico general de la Ciencia Cognitiva, en sintonía con (Neisser, 1976), (PIAGET, 1978), (Ausubel, Novak y Hanesian, 1978) y más concretamente, con (Shavelson, 1972), en cuanto a la noción de estructura cognitiva, y con muchas de las ideas de (Rumelhart, 1984), en cuanto a organización de la Memoria en base a esquemas o representaciones mentales relacionadas en la “Teoría de los Esquemas”. Por último, en cuanto a la representación del conocimiento utilizamos las Redes Asociativas Pathfinder (RAP) (Schvaneveldt, 1990).

La TCN lleva además asociada una técnica que permite la representación de la estructura del conocimiento de una manera analítica y gráfica que proporciona información acerca de cómo se produce el aprendizaje en función de los cambios de la estructura cognitiva, con un procedimiento de obtención de datos no invasivo.

La reflexión sobre las formas en que el conocimiento es adquirido y almacenado en la estructura cognitiva del alumno, y cómo puede ser representado, tiene implicaciones en la enseñanza y la investigación educativa. La estructura cognitiva la definimos como un constructo hipotético que se refiere a la organización de las relaciones entre los conceptos en la memoria semántica o memoria a largo plazo (Shavelson, 1972).

La TCN (Casas y Luengo, 2004 a y b) y (Casas y Luengo, 2005) ofrece un punto de vista para aproximarse a comprensión de cómo se adquiere y organiza el conocimiento y cómo se puede caracterizar la estructura cognitiva. Se trata de una nueva perspectiva para explicar cómo los procesos de aprendizaje se producen en la mente humana. Se corresponde al marco teórico general de la Ciencia Cognitiva con la que se sintoniza en muchas cuestiones, aunque como se verá más adelante también se difiere en algunas otras.

## 2.2. Generación de la Teoría a partir de la experimentación.

En (Casas y Luengo, 2004), se describe una investigación en la que se reflexiona sobre cómo funciona la mente del alumno y cómo se interiorizan los conceptos matemáticos básicos (y más concretamente el concepto de ángulo) y se plantean preguntas acerca de cómo representar la estructura mental del alumno referente a un tema, si podemos aprovechar estas representaciones para la investigación y si este punto de vista cognitivo puede tener un aprovechamiento didáctico. Se trabaja con una muestra de 440 alumnos de Extremadura, obtenidos en un proceso de selección multietapa y por conglomerados con estratos aleatorios por cursos y clases y se encuentran resultados extraños que no pueden ser explicados a partir de las teorías existentes, por lo que se necesita una nueva teoría que, partiendo de las anteriores, explique estos resultados (Casas y Luengo, 2013).

El esquema presentado en la Figura 2, sintetiza la generación de una Teoría que tratara de explicar estos resultados:

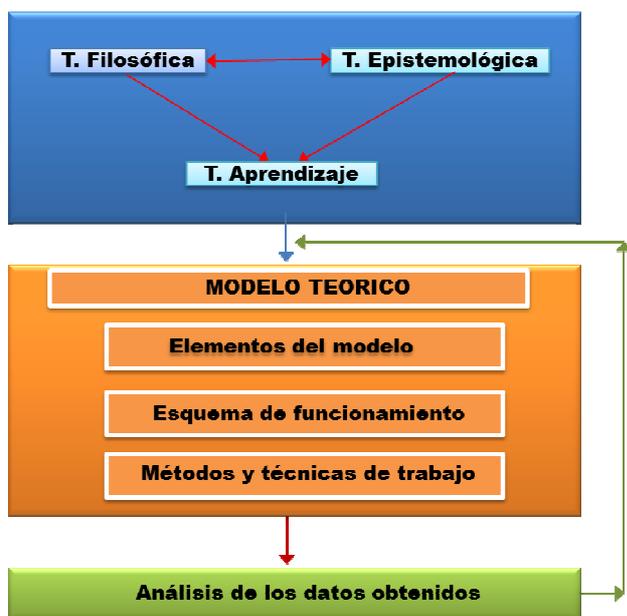


Figura 2. Generación de la Teoría

Partiendo de los marcos teóricos de referencia (Teorías Filosóficas, Epistemológicas y teorías del aprendizaje) propondremos una visión teórica que permite una comprensión de los resultados experimentales que hemos ido obteniendo en nuestras investigaciones. Abordaremos los supuestos básicos que admitimos y sobre los que fundamentamos nuestra teoría, tanto acerca de la organización del conocimiento humano como sobre los enfoques y técnicas a emplear en Investigación en Didáctica de las Matemáticas, y sobre lo que consideramos el modo de hacer Ciencia.

Posteriormente describiremos nuestro modelo teórico, sus elementos, su funcionamiento y las técnicas de obtención y análisis de datos. Por último abordaremos las posibilidades del modelo en la investigación, junto con sus alcances y limitaciones

### 2.3. Supuestos básicos de la TCN.

Nuestro desarrollo teórico acerca de cómo se organiza, adquiere y transmite el conocimiento se ha basado hasta ahora, en tres elementos a los que nos hemos ido refiriendo: las aportaciones de la Epistemología, las de la Psicología y las de la Pedagogía.

Estos elementos forman parte de los paradigmas actuales en Educación. Pero la Investigación, y particularmente la Investigación en la práctica, hacen modificar algunos elementos de los paradigmas, hacen surgir nuevos enfoques de los procesos de enseñanza y aprendizaje y requieren nuevas técnicas para su estudio. Esto es lo que trata de ilustrar la figura 3:

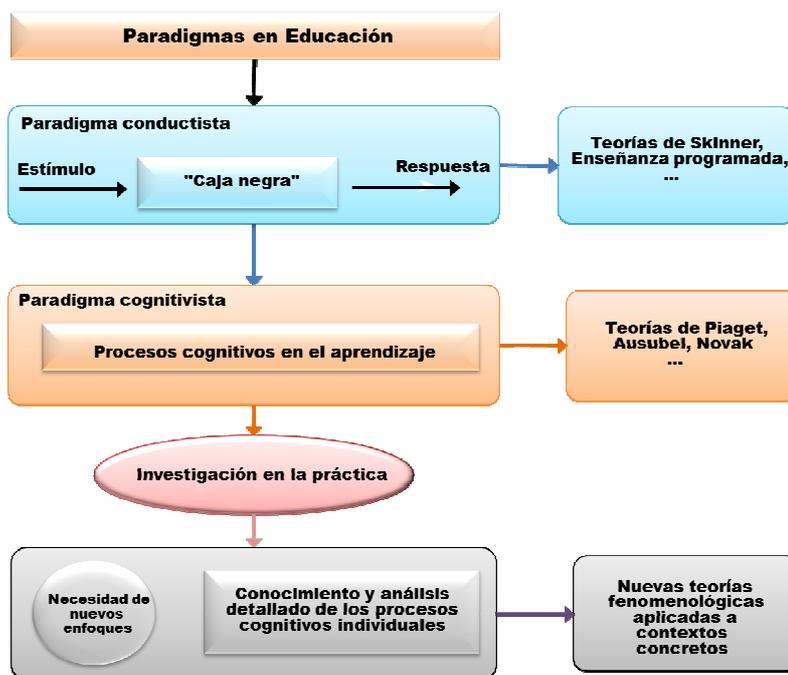


Figura 3. Nuevos enfoques y nuevas teorías

A partir de este punto resumiremos cuáles son los referentes teóricos que constituyen el marco de nuestra Línea de Investigación. Son aquellos principios que asumimos, con los que estamos de acuerdo, y de los que partiremos para presentar nuestras propias aportaciones.

#### 2.4. Sobre la forma de organización del conocimiento humano.

Trataremos de resumir cuál es nuestro posicionamiento epistemológico, y cuáles son las ideas acerca de la forma en que se organiza el conocimiento. Los puntos de partida de la TCN respecto de la organización del conocimiento humano son los siguientes:

1. Conocimiento organizado en redes, que forman la estructura cognitiva.
2. Correspondencia biológica de estas estructuras en los circuitos neuronales, y mental en las representaciones.
3. El aprendizaje significa la modificación de la estructura cognitiva por acrecentamiento y reestructuración.
4. Cada concepto en la mente no es algo simple, sino una pequeña estructura, relativamente estable, de elementos interrelacionados.

La TCN establece que el conocimiento no se organiza de una manera lineal-secuencial, sino que más bien su estructura responde mejor a un modelo de redes, en sintonía con los modelos neuronales que utilizan los médicos neurólogos); se organiza a partir de pequeñas unidades, interrelacionadas, que forman la estructura cognitiva, cuyos elementos tienen su correspondencia cerebral en los circuitos neuronales, y mental en las representaciones llamadas esquemas.

Cada concepto en la mente no es algo simple, sino una pequeña estructura, relativamente estable, de elementos interrelacionados. Los conocimientos previos vienen representados por estas estructuras y el aprendizaje significa la modificación de la estructura cognitiva por acrecentamiento y reestructuración (asimilación y acomodación en la teoría Piagetiana).

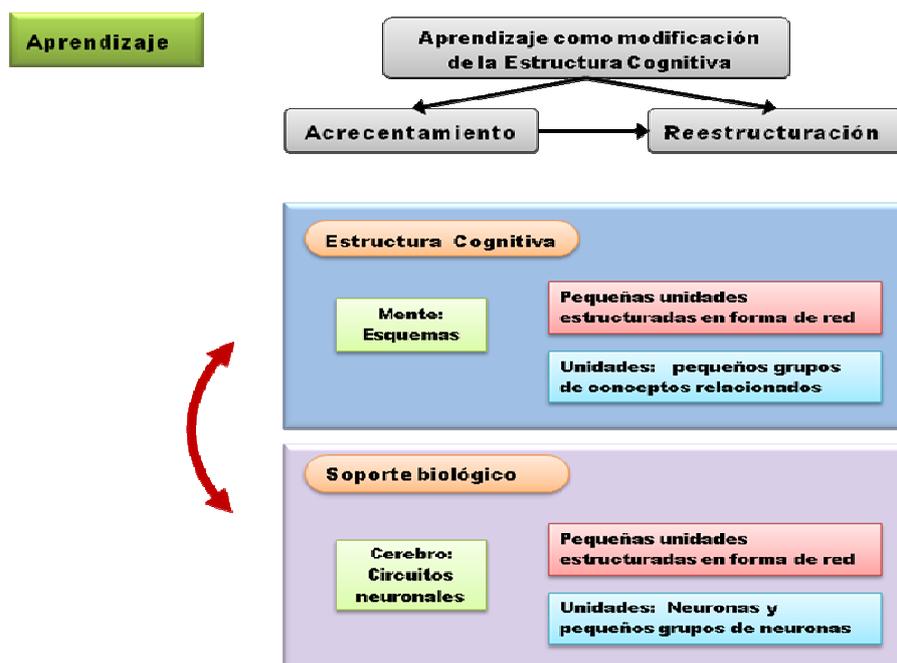


Figura 4. Organización del conocimiento y aprendizaje, según la TCN.

En el esquema que presentamos en la Figura 4, tratamos de reflejar estas ideas. Representamos dos estructuras, una la biológica y otra la estructura cognitiva. El aprendizaje dijimos que era entendido como la modificación de la estructura cognitiva, y por tanto de la estructura biológica, es decir, de los circuitos neuronales que le sirven de soporte (Casas y Luengo, 2003).

De modo intencional hemos representado de una manera muy similar ambas estructuras, indicando con ello que existe un paralelismo claro entre las dos, cuyo principal punto en común es el hecho de estar constituidas por pequeñas unidades estructuradas con pequeños elementos interrelacionados en forma de red. Los avances tanto en una ciencia como en otra tendrán influencia recíproca y como consecuencia también nuestra teoría se verá enriquecida.

## 2.5. El Modelo teórico.

La TCN es una "propuesta de integración". La razón es que, como hemos visto, se fundamenta en otras anteriores, particularmente las de (Piaget, 1978) o (Ausubel, Novak y Hanesian, 1978), pero basándose en muchas de sus ideas, y recogiendo aportaciones de otros campos y de los resultados de investigación, presenta modificaciones que, integrando unos y otros puntos de vista, permiten analizar y explicar hechos de una forma distinta a como lo hacen las teorías de referencia.

Por lo que se refiere a las teorías de Piaget, creemos que nuestra aportación permite un análisis muy detallado de los fenómenos que influyen en adquisición del conocimiento, como por ejemplo el de la acomodación, que Piaget utiliza, pero que no describe en profundidad. En cuanto a las de Ausubel, la TCN propone modificaciones, basándose en datos experimentales, de algunos de sus presupuestos, pero nuestra propuesta se basa en ellas y las integra aprovechando los datos experimentales y las aportaciones de otras Ciencias.

Pasamos ya a tratar de los elementos fundamentales del modelo de la TCN [12], que esquematizamos en la figura 5:

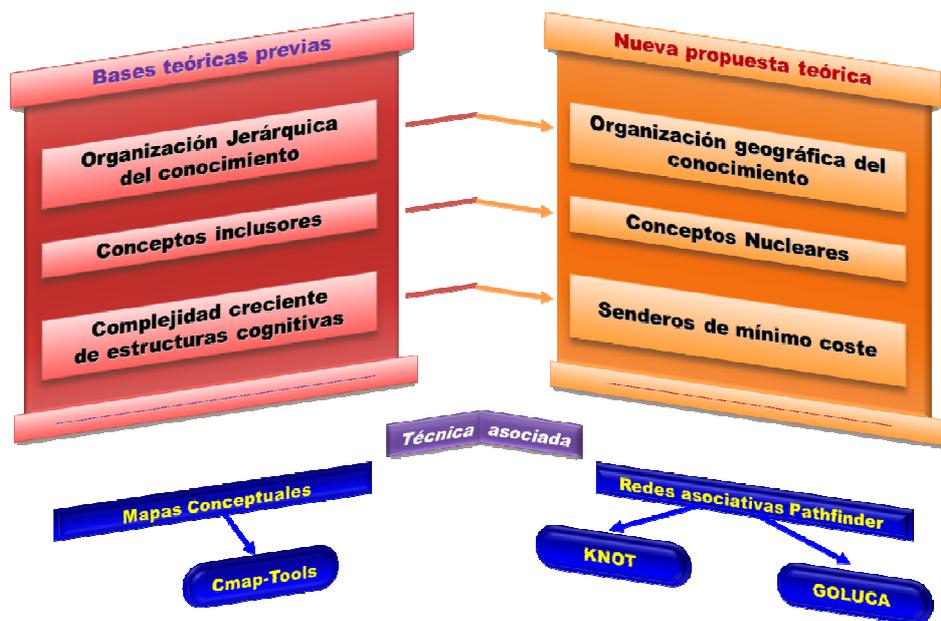


Figura 5. Elementos de la Teoría de los Conceptos Nucleares (TCN)

Aceptando, como ya hemos mencionado, muchas de las ideas de Piaget, Ausubel y Novak como bases teóricas previas, la TCN difiere sin embargo en algunos puntos proponiendo alternativas nuevas (Luengo, Casas, Mendoza y Arias, 2011):

1. No está de acuerdo en la organización jerárquica del conocimiento (por no explicar los resultados obtenidos) y se propone una organización "geográfica" del mismo.
2. Frente a los "conceptos inclusores" se presenta la alternativa de "conceptos nucleares" (como conceptos que anclan la estructura cognitiva).
3. Frente a la complejidad creciente de las estructuras cognitivas se propone un nuevo concepto denominado "senderos de mínimo coste".

### **2.5.1. Conocimiento jerárquico versus conocimiento "geográfico".**

En cuanto a la "organización geográfica del conocimiento" la TCN utiliza una metáfora para explicar que la estructura cognitiva de los alumnos no está organizada jerárquicamente en torno a conceptos más generales del que emergen todos los demás, sino de conceptos concretos que no son necesariamente los más generales (Casas, 2002; Casas y Luengo 2003b, 2004a, 2004b, 2005 y 2013). Se parte de una sencilla idea: la adquisición del conocimiento en general, y su almacenamiento en la estructura cognitiva sigue, de acuerdo con TCN, un proceso análogo a la adquisición del conocimiento del entorno físico, y del mismo modo que un cartógrafo elabora un mapa geográfico, las personas elaboran mapas cognitivos del entorno físico o de sus conocimientos en un área. Esta idea es, en parte, debida a un desarrollo de la propuesta que, restringida al uso de entornos multimedia, hace (Chen,1998) sobre el conocimiento estrictamente geográfico, y a la de (Martín,1985) referente a la representación espacial de los niños y sus mapas cognitivos.

Si analizamos cómo se llega a la adquisición del conocimiento de nuestro entorno físico en un sentido amplio, tal como puede ser el conocimiento de una ciudad o una región, podemos considerar que se producen tres etapas que llamaremos: conocimiento de hitos, conocimiento de rutas y conocimiento de conjunto. El conocimiento comienza por la adquisición de unos ciertos hitos sobresalientes del terreno, tales como edificios singulares, paisajes característicos o detalles que nos han llamado la atención o recordamos por alguna vivencia personal. La propia ubicación del observador se asocia con referencia a estos hitos.

La adquisición del conocimiento de una ruta es la siguiente etapa en el desarrollo de un mapa mental del entorno físico. El conocimiento de una ruta se caracteriza por la capacidad para navegar desde un punto hasta otro, utilizando el conocimiento de los hitos del territorio para tomar decisiones en cada punto acerca de los giros que habría que dar, pero sin tomar en consideración las áreas de alrededor. Si alguien con este conocimiento de la ruta se extravía fuera, le será muy difícil volver atrás por sí mismo. Fácilmente se perdería, incluso aunque pudiera comenzar de nuevo su navegación, basándose en su conocimiento de los hitos. El conocimiento de ruta no proporciona la suficiente información sobre la estructura general como para permitir a una persona optimizar dicha ruta.

El mapa cognitivo del entorno físico no está completamente desarrollado hasta que no se alcanza el conocimiento como vista de conjunto. En tal situación, se tiene una visión completa de todos los hitos integrados en rutas y éstas relacionadas entre

ellas. En ese momento, la circulación por el mapa puede hacerse de diversas maneras, eligiendo en cada caso la ruta que más nos convenga, por comodidad, por seguridad o por preferencias individuales.

Este símil geográfico sirve para entender cómo en nuestra propuesta teórica se integran los elementos del modelo. Del mismo modo que cuando se trata de conocer un ámbito geográfico, cuando un alumno se encuentra en situación del aprendizaje de una nueva materia, es como si estuviera ante un nuevo territorio, y, para avanzar, recurre a los hitos que conoce. No tienen por qué ser precisamente los aspectos fundamentales de la materia sino que, como en el caso del entorno geográfico, son "hitos", en forma de conceptos que, por diversas razones, han llamado su atención y se mantienen en la memoria. Llamaremos a estos "hitos" de la memoria "conceptos nucleares" puesto que son conceptos en torno a los cuales se organizan los demás.

El siguiente paso del aprendizaje es establecer unas "rutas", como en el ámbito físico, proceso que consiste en el establecimiento o rememoración, si ya están establecidas, de las relaciones de estos conceptos con otros, que a su vez pueden ser hitos de otros mapas, y en la creación de procedimientos de trabajo para obtener los resultados buscados. El último estadio de este proceso es la adquisición de la "vista de conjunto", momento en el cual el alumno conoce la relación de unas rutas con otras, de unos procedimientos de trabajo con otros, y elige en función de los resultados que necesite, o de los procedimientos más adecuados o simplemente de aquellos con que se encuentra más familiarizado (Casas y Luengo-204b).

Una ejemplificación del proceso que hemos descrito, mediante un análisis de tipo fenomenológico del proceso de aprendizaje de algo tan aparentemente sencillo como puede parecer la resta de números naturales en los primeros cursos de Primaria, lo podemos encontrar en (Casas y Luengo, 1999) y (Casas, 2002). En el primero de estos trabajos se hace un análisis de los principales conceptos asociados a los problemas aritméticos, y en segundo se trata la evolución, desde este punto de vista, del concepto de ángulo.

También desde este enfoque pueden analizarse las dificultades de aprendizaje, como deficiencias en el proceso de estructuración del conocimiento a partir de los hitos relevantes conocidos por el alumno, sus "conceptos nucleares". Si en un momento el alumno se pierde en un aprendizaje, la estrategia es la misma que cuando se pierde en un entorno físico: volver al principio, a los hitos que le son familiares, en los que confía. Y no siempre se produce esta "vuelta atrás" por el camino que parece más lógico, sino simplemente por aquel en el alumno se encuentra más seguro.

### **2.5.2. Conceptos inclusores versus conceptos nucleares.**

Desde la visión teórica de la TCN, se pueden entender también algunas de las aportaciones de la Teoría del Aprendizaje Verbal Significativo de Ausubel, e incluso justificar la aparición de algunas aparentes contradicciones con esta teoría que han aparecido en el análisis experimental de nuestros trabajos (Luengo, Casas, Mendoza y Arias, 2011), como el hecho de que los conceptos más importantes en la estructura cognitiva no sean sólo los más generales o inclusivos.

Efectivamente, el aprendizaje se desarrolla con mayor facilidad en la medida en que la estructura de los conocimientos que se van adquiriendo es familiar con la

estructura previa de lo ya conocido. Esto se interpretaría como que el alumno, a la hora de moverse por un nuevo "territorio de conocimiento" se encuentra más seguro cuando al menos una parte del mismo ya le resulta familiar, y explica, además, el hecho de que haya que mostrar la información nueva en pequeñas porciones, pues si se mostrara toda sería difícil de manejar y por qué hay que seleccionar cuál es la información importante, y cuál es redundante y puede ser filtrada.

Coincidimos con la idea desarrollada en sus trabajos por (Ausubel, Novak y Hanesian, 1978) en que el conocimiento se construye sobre la base de lo que previamente se conoce, idea que responde al enfoque general del constructivismo, pero diferimos en la consideración acerca de la forma en que tiene lugar este proceso, y ello en vista de los resultados experimentales que encontramos en nuestras investigaciones. La teoría de estos autores propone que hay ideas de nivel superior, llamadas "inclusores" que sirven como anclaje para otras. A estas ideas es a las que se refieren al afirmar qué es necesario para lograr un mejor aprendizaje y la retención del material lógicamente significativo y cómo, dentro la estructura cognoscitiva, se dispone de ideas de afianzamiento específicamente pertinentes a un nivel de inclusividad adecuado.

A partir de esta noción, se entiende que la construcción del aprendizaje es claramente jerárquica y el tipo de aprendizaje superior es el aprendizaje subordinado, en el que las nuevas ideas son relacionadas de forma subordinada con las ideas previas, que son de mayor nivel de abstracción, generalidad e inclusividad.

Según el planteamiento de la TCN, si la existencia de los inclusores, tal como los entienden Ausubel y Novak, se confirmara, en la estructura cognitiva del alumno debieran aparecer como más destacadas estas ideas, de nivel superior. Sin embargo, esto no coincide con los datos obtenidos en la experimentación llevada a cabo por (Casas, 2002). Por ello la TCN difiere de los planteamientos aludidos y, frente a la concepción jerárquica del conocimiento, considera más bien, como hemos explicado antes, que una concepción "geográfica" explica mejor los resultados.

El aprendizaje no tiene por qué producirse en estadios de mayor a menor inclusividad, y creemos que no es esa la forma general en que se produce el aprendizaje. Los alumnos tienen un conocimiento parcial, fragmentario, y a lo largo de la escolaridad lo van construyendo y refinando. El aprendizaje, en este sentido, y como indicábamos en páginas anteriores, es un proceso de ajuste de las representaciones mentales del alumno. Pero este proceso de ajuste no supone una reestructuración total de los conocimientos anteriores, sino que siempre se construye a partir de las estructuras previas. Nuestros datos experimentales apuntan en este sentido. De acuerdo con la TCN, los conocimientos no se van organizando desde conceptos más inclusivos hasta otros más sencillos. Esto quizá ocurra al final, cuando se tiene una visión de conjunto, pero no al principio del conocimiento. Se produce, tal como hemos indicado, por un sistema de "acrecentamiento", tal como el señalado por (Rumelhart, 1980): primero hitos del paisaje, después rutas y después visión general del mapa.

También según nuestra concepción, y dado que no consideramos que el aprendizaje se apoye siempre en una estructura jerárquica, no tiene por qué haber conceptos ni más importantes ni de menor nivel, sino que hay simplemente conceptos que sirven como anclaje a la estructura cognitiva del alumno.

Precisamente, como hemos observado, en la parte experimental del trabajo de (Casas, 2002), los conceptos nucleares que de una forma más continua y clara aparecen como hitos de la estructura cognitiva de los alumnos, son, en algún caso, solamente ejemplos, que según Ausubel, serían las ideas menos generales de todas. La realidad experimental como ocurre en otras circunstancias, es diferente de lo propuesto por la teoría, pero sirve para hacerla avanzar.

La cuestión clave para la práctica educativa es que quizá, en el proceso de enseñanza, el profesor no sepa cuáles son las ideas más generales en la estructura cognitiva del alumno, y pudiera estarle presentando algo que no es significativo para él. El mismo Novak, al hablar sobre el papel de los organizadores previos y su construcción, manifestaba que su elección dependía de cuáles eran los inclusores relevantes no sólo para los materiales de aprendizaje que iban a presentarse, sino para la población a la que se dirigía.

Frente a ello, parece consistente pensar que lo más interesante sería identificar cuáles son los "hitos" en el territorio de conocimiento en que se mueve el alumno, sus "conceptos nucleares". Esta es la propuesta de la TCN, que llevamos a cabo en nuestra línea de investigación.

### **2.5.3. Complejidad creciente versus senderos de mínimo coste.**

Desde el paradigma de la Ciencia Cognitiva, el conocimiento se construye estructurándose en forma de red con una disposición jerárquica. Sin embargo, al presentar la concepción teórica de la TCN, hicimos notar que considerábamos más acorde con los diversos resultados de las investigaciones hechas por el grupo CIBERDIDACT, una concepción no jerárquica, que denominamos "geográfica", y que ya fue explicada en el epígrafe 2.5.1.

La consideración jerárquica del conocimiento parece tener como consecuencia lógica la adquisición de una mayor complejidad en la estructura cognitiva conforme aumenta la cantidad de conceptos y las relaciones entre ellos, que va produciéndose cuando se adquieren nuevos aprendizajes. Sin embargo, tal como hemos comprobado, al analizar los datos experimentales en varias de nuestras investigaciones (Casas y Luengo 1999; Casas, 2002) ya citadas, mientras mayor es la edad de los alumnos y más avanza su aprendizaje, más simples aparecen las representaciones de las relaciones entre conceptos que obtenemos. Este hecho, en apariencia paradójico, podemos interpretarlo basándonos en la teoría de (Edelman, 1992) sobre la selección de los grupos neuronales, expuesta anteriormente, y su comprensión nos permite avanzar en nuestra propia concepción teórica.

En efecto, consideramos que, a pesar de que en la estructura cognitiva del alumno aparecen cada vez más elementos y más relaciones entre ellos, se utilizan subestructuras cada vez más simples. Creemos que en una situación dada que requiera utilizar los aprendizajes adquiridos y almacenados en la estructura cognitiva, en lugar de recurrir a las relaciones entre todos los conceptos presentes, en una estructura compleja, se recurre a las relaciones más simples, pero que resultan más significativas, a lo que denominamos "senderos de mínimo coste". La elección de este nombre es intencionada, pues responde, por una parte, a la propia lógica de la representación gráfica que veremos al hacer uso de las Redes Asociativas Pathfinder, y por otra, a la idea propuesta por el propio (Edelman, 1992).

Según su Teoría de la Selección de Grupos Neuronales, la activación de un mapa neuronal supone también la activación de un circuito que integran aquellos que están asociados a él, pero sólo de algunos, no de toda la estructura cerebral completa, pues esto sería muy costoso en términos energéticos. Esta consideración es muy importante, pues significa que en cada momento, al hacer uso de un aprendizaje, el sujeto sólo activa los mapas que, por el proceso previo de selección por la experiencia han resultado reforzados frente a otros que han desaparecido (o al menos no se manifiestan, por lo que no aparecen en ese momento en la estructura cognitiva). Como ocurre en otros aspectos vitales, la estructura cognitiva funciona por un principio de mínima energía.

La interacción de estos circuitos simples permite el funcionamiento de la estructura global. Tal como señalaban (Rumelhart y McLelland, 1986) la inteligencia surge de las interacciones de un gran número de unidades de procesamiento simples. Esta es la misma idea que representa el funcionamiento de las redes neuronales utilizadas en Inteligencia Artificial.

A nivel psicológico, la elección de unos circuitos de conexiones u otros, o lo que es lo mismo, de distintos senderos, depende también de un proceso de selección de tipo probabilístico, el cual en función de las experiencias previas, nos aconseja elegir un enlace u otro cuando se dispone de distintas alternativas. Se escoge aquel sendero que tiene más posibilidades de éxito con menor coste.

La metáfora geográfica que venimos utilizando nos permite también entender mejor el concepto de "senderos de mínimo coste". Las personas en cada tipo de viaje que emprenden, y para cada intención, utilizan un mapa distinto: no es necesario el mismo mapa si se quiere hacer turismo y visitar localidades pintorescas, que si nuestro viaje es de trabajo y necesitamos ahorrar tiempo en el desplazamiento. En un caso se utilizará un mapa detallado, con indicaciones de todas las carreteras secundarias, mientras en el otro solamente prestaremos atención a las autopistas. En ambos casos, sin embargo, rige el mismo principio: obtener el máximo beneficio con el mínimo coste.

Efectivamente, con la edad y el conocimiento, las redes cognitivas se hacen más complejas. Este es un razonable principio del desarrollo intelectual, pero también es razonable pensar en los términos que hemos expuesto. No son principios contradictorios, sino complementarios.

Centrémonos, por ejemplo en la resolución de un problema. Tras la lectura y comprensión del enunciado, al comenzar se seleccionan los conceptos clave relacionados con él, así como los detalles relevantes para el caso y los procedimientos usualmente aplicables para su resolución. Esta información se encuentra almacenada en la estructura cognitiva en forma de esquemas mentales. Pero sólo se activan y se relacionan entre sí aquellos esquemas que son relevantes en la situación concreta de que se trate, y no otros, que resultan descartados, por un proceso de selección que está determinado en gran parte por las experiencias previas. La conexión más efectiva entre conceptos clave, detalles y procesos de resolución, forman lo que antes hemos denominado un "sendero de mínimo coste".

La Figura 6 representa de forma esquemática los distintos senderos, numerados del 1 al 5, que se pueden seguir en la resolución de un problema. Independientemente del hecho de que algunos de ellos (4 y 5) no conducen a la

solución, por elegir los datos o los métodos inadecuados, queremos llamar la atención sobre la mayor longitud, el mayor coste, de unos frente a otros. (Casas, 2002)

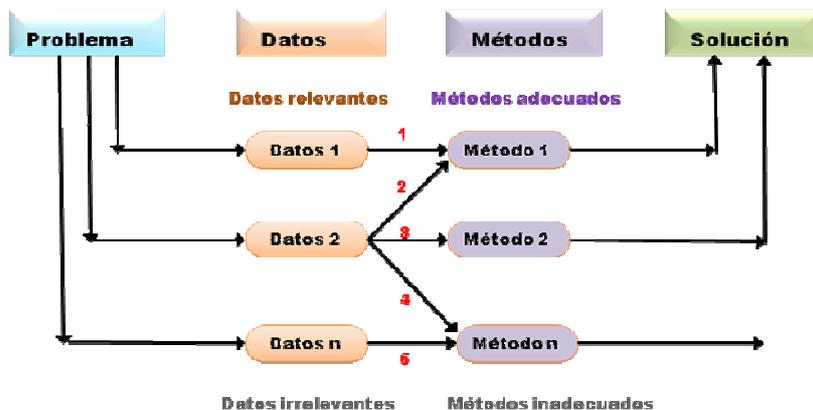


Figura 6. Distintos "senderos" en la resolución de un problema.

La capacidad de seleccionar cuáles son los senderos de mínimo coste es una característica del alumno que resuelve eficazmente los problemas, pero del mismo modo, la capacidad de escoger otros senderos, la flexibilidad para recorrer caminos no usuales, es lo que determina al alumno creativo. Tanto en uno como en otro caso la elección se rige por el mismo principio: las evaluaciones del coste y de la probabilidad de éxito, determinadas ambas por las experiencias previas.

### 3. La técnica asociada Redes Asociativas Pathfinder (RAP) y el programa GOLUCA.

Al igual que otras teorías, la TCN hace uso de una técnica propia, las Redes Asociativas Pathfinder (RAP) que proporciona las redes de la estructura cognitiva frente a los árboles jerárquicos que se reflejan en los mapas conceptuales. Mientras que para representar estas redes jerárquicas se dispone de programas como CMap Tools, para representar las RAP disponemos del programa KNOT [13] y del programa GOLUCA (en diversas versiones y desarrollos) [14]. Las potencialidades, similitudes, diferencias, ventajas e inconvenientes de los Mapas conceptuales de Ausubel y Novak y de las RAP las hemos puesto de manifiesto y pueden consultarse en (Torres, Luengo, Casas y Mendoza, 2012).

Vamos a tratar de mostrar cómo las RAP se adecuan a una representación del conocimiento sintónica con la TCN. Pensemos en la resolución de los problemas de matemáticas, cuando trabajamos dentro de un modelo conductista (Figura 7).

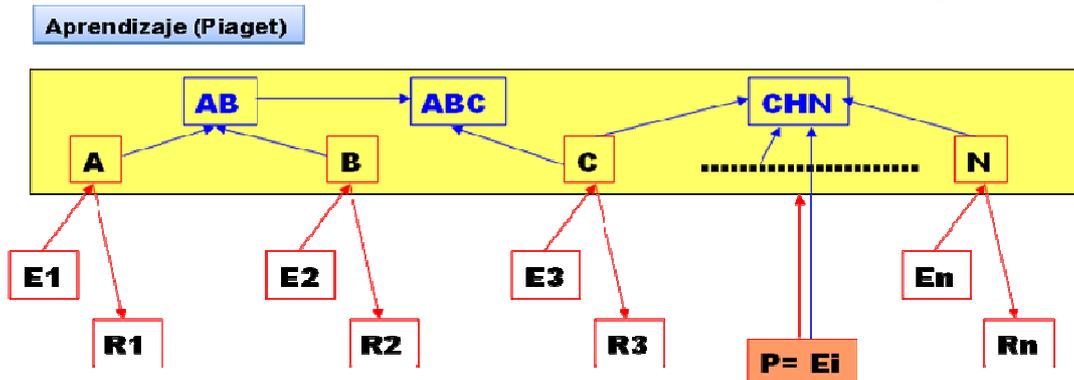


Figura 7. Aprendizaje según Piaget

Partimos de una situación inicial en la que suponemos que un alumno no sabe resolver problemas. Le ofrecemos un enunciado E1, le enseñamos cómo se resuelve R1 y como consecuencia en su mente se crea la estructura A; le proponemos otro problema E2, le enseñamos cómo se resuelve R2 y en su mente se crea la estructura B; y así sucesivamente le proponemos En, le enseñamos cómo se resuelve Rn y en su mente se crea la estructura N. Le proponemos otros problemas de los tipos enseñados en clase y en los exámenes le ponemos un problema que se corresponde con uno de los tipos vistos en clase (cambiando únicamente los valores de los datos). Ante un problema nuevo el alumno normal no sabe qué hacer porque no encuentra la estructura que ha memorizado en ninguno de los tipos de problemas. Algún alumno aventajado lo resuelve porque se le ocurrió una "feliz idea". Por ello a estos problemas se les llamó de "feliz idea".

Piaget nos dice que durante el aprendizaje hay dos procesos simultáneos: La "asimilación", que coincide con la creación de estructuras a partir de las experiencias directas del conductismo y la "acomodación". Este último es un proceso por el cual se crean estructuras en la mente del alumno que no son producto de experiencias directas sino de recombinação de las estructuras anteriores. En la figura 13 vemos las estructuras AB ABC y CHN que son de este tipo. El aprendizaje constructivista fomenta la creación de este tipo de estructuras. Un alumno que ha trabajado de esta manera ante un problema nuevo (P=Ei) busca en primer lugar una estructura que le permita resolverlo, pero si no la encuentra, es capaz de recombinar estructuras (en el ejemplo CHN) para resolver el problema.

La TNC admite este modelo de aprendizaje, pero llega más allá. Se plantea qué ocurre con estas estructuras a lo largo del tiempo. Es de suponer que al adquirir más experiencia, el alumno creará más estructuras y la complejidad de su red conceptual será creciente. Sin embargo los resultados de (Casas 2002) se contradicen con esta suposición. Precisamente en el CIBEM de 1998 coincidí con el profesor (Vasco, 1998) y su ponencia sobre el "archipiélago angular" me hizo pensar que sus ideas sobre "islas y puentes" podían ser aplicables a nuestro caso.

Si pudiéramos representar de alguna manera la estructura cognitiva del alumno en un momento determinado podríamos obtener una red conceptual como la que representamos en la parte superior de la Figura 8.

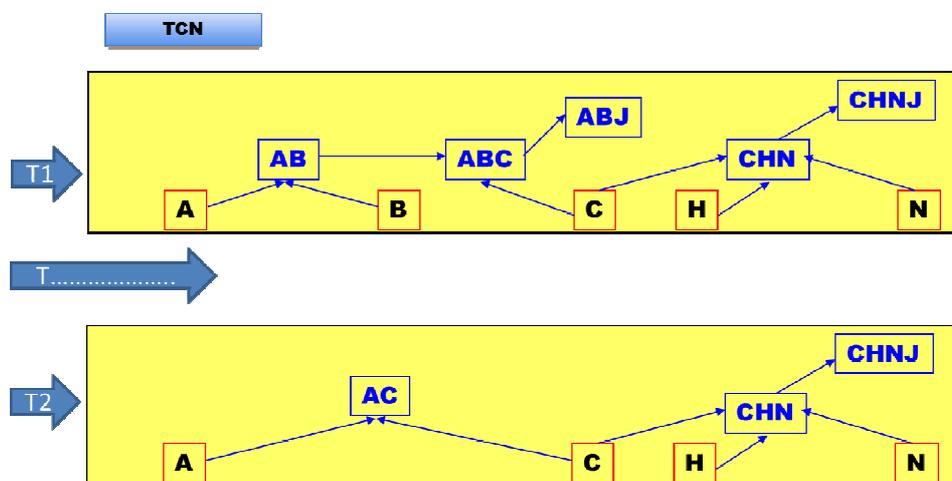


Figura 8. Aprendizaje según TCN

En dicho esquema hemos representado estructuras que proceden directamente de una experiencia (A,B,C,H y N) y otras que se han creado a partir de la recombinación de algunas de las anteriores. Pasado un tiempo lo esperado era que, producto de los procesos de acomodación, aparecieran más estructuras y la complejidad aumentase. Pero en los resultados que obtiene (Casas,2002) disminuye la complejidad, lo que nos lleva a la conclusión de que han “desaparecido” algunas estructuras (por ejemplo en la parte de debajo de la Figura 10 se observan que pasado el tiempo (T2-T1) se detectan menos estructuras y la complejidad decrece. No podemos suponer que las estructuras que faltan se hayan borrado definitivamente de la mente del alumno, las haya olvidado, pero de momento es como si no existieran. La TNC supone que, debido a la utilización de “senderos de mínimo coste” hay estructuras que no se utilizan durante un cierto tiempo y por lo tanto se olvidan o al menos no se detectan y es como si no existieran.

El modelo de representación adoptado por la TCN de Redes Asociativas Pathfinder permite representar las estructuras mentales del alumno. La Red Pathfinder es una representación de la estructura mental del alumno respecto a un tema cuyos conceptos fundamentales (Figura 9) son: A, AC, C, CHN, H, N, CHNJ, y se obtiene a partir de una matriz de datos de proximidad. El primer software del que dispusimos para representar las RAP fue **KNOT** (Referencia), pero actualmente utilizamos el programa de **Godinho, Luengo y Casas (GOLUCA)** diseñado e implementado por nuestro propio equipo de investigación. Tanto uno como otro permiten representar las redes y efectuar los cálculos necesarios para su estudio.

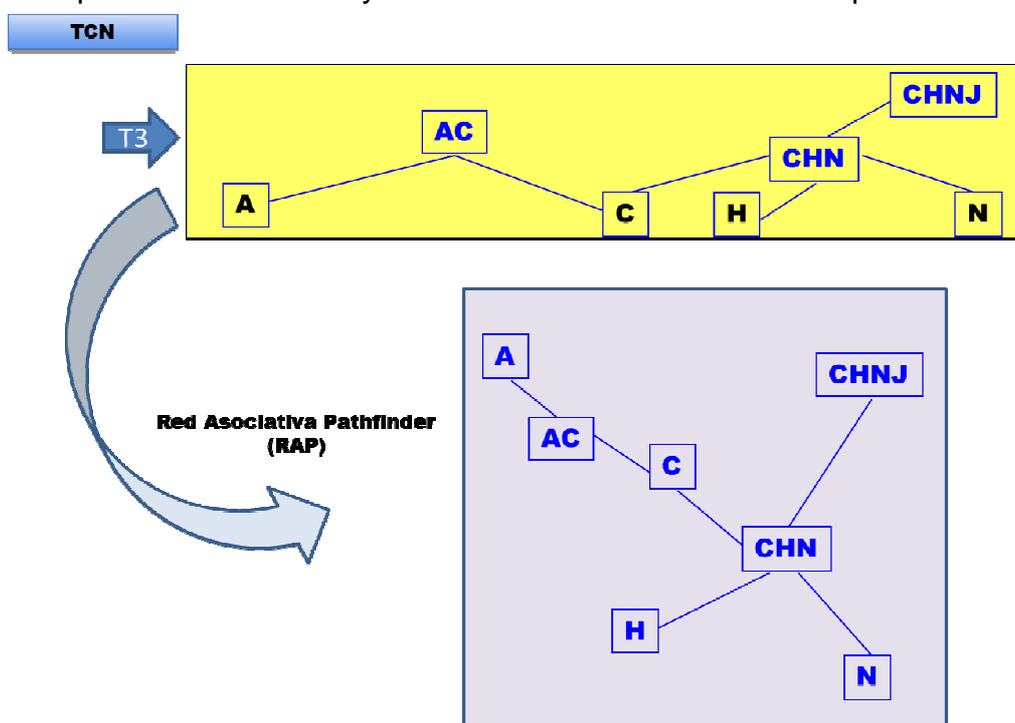


Figura 9. Representación mediante una RAP

### 3.1. Redes Asociativas Pathfinder

Las Redes Asociativas Pathfinder (Schvaneveldt, Durso y Dearholt, 1.985) pueden ser incluidas entre los métodos de representación del conocimiento que hacen uso de la puntuación de similitud entre conceptos. Estos métodos asumen

que se puede utilizar una representación espacial entre los conceptos, que describirá el patrón de relaciones entre ellos en la memoria. La representación se obtiene a partir de una puntuación numérica que se adjudica a la similitud o diferencia entre los conceptos percibida por un sujeto y que corresponde a su distancia semántica. La distancia semántica pasa a ser considerada como si fuera una distancia geométrica y los conceptos semánticamente más próximos se representarán más próximos en el espacio y análogamente los más distantes. Dado que se pide al sujeto la realización de una tarea extremadamente simple y en la que no influyen la madurez o los conocimientos previos, se espera que los datos obtenidos reflejen la estructura profunda de su memoria.

Aunque existen algunas variantes, la técnica más general de puntuación de similitud entre conceptos, comienza primeramente por la elección de conceptos que pueden ser simples o más elaborados, y después ir presentando todos los posibles pares en orden aleatorio. En ese momento se pide al alumno que, dados dos de ellos, asigne una puntuación a la similitud o diferencia que exista. Las puntuaciones se resumen en una matriz de distancias que describe el grado de similitud o diferencia, y que habitualmente son transformados en coeficientes de relación entre 0 y 1, de modo que los conceptos muy relacionados se puntúan con valores próximos a 1, y los que no lo están, se puntúan próximos a 0.

Las matrices de datos de puntuación o coeficientes de relación obtenidos se tratan mediante técnicas estadísticas como la de Análisis de Componentes Principales, Análisis de Cluster, Escalamiento Multidimensional o Redes Pathfinder. Estos métodos estadísticos transforman los datos de interrelación entre conceptos en distancias entre puntos en un espacio de dimensiones mínimas, de tal manera que se obtiene una representación espacial o se determina la estructura subyacente de los datos. Muchos investigadores están de acuerdo en que estos procedimientos hacen posible definir operativamente la estructura cognitiva (Fenker, 1.975; Jonassen, 1.990; Preece, 1.976; Shavelson 1.972, 1.985; Wainer y Kaye, 1.974).

Las redes Asociativas Pathfinder son representaciones en las cuales los conceptos aparecen como nodos y sus relaciones como segmentos que los unen, de mayor o menor longitud según el peso o fuerza de su proximidad semántica.

Para obtener estas Redes, como antes hemos indicado, se parte de un conjunto de conceptos seleccionados dentro de un campo de conocimiento, y se pide al sujeto que evalúe cuál es la proximidad que considera que existe entre cada par de ellos. Esto puede llevarse a cabo mediante el programa informático GOLUCA (Casas, Luengo, y Godinho, 2011), que presenta en pantalla de forma aleatoria todos los pares posibles y permite asignar el nivel de relación mediante, por ejemplo, el deslizamiento del cursor.

A partir de los datos obtenidos, el programa calcula una matriz de correlaciones que representa los “pesos” de los enlaces entre conceptos. A partir de esta matriz, y utilizando otro algoritmo (Kamada y Kawai, 1.989), ofrece una representación gráfica, como la que se muestra en la Figura 10.

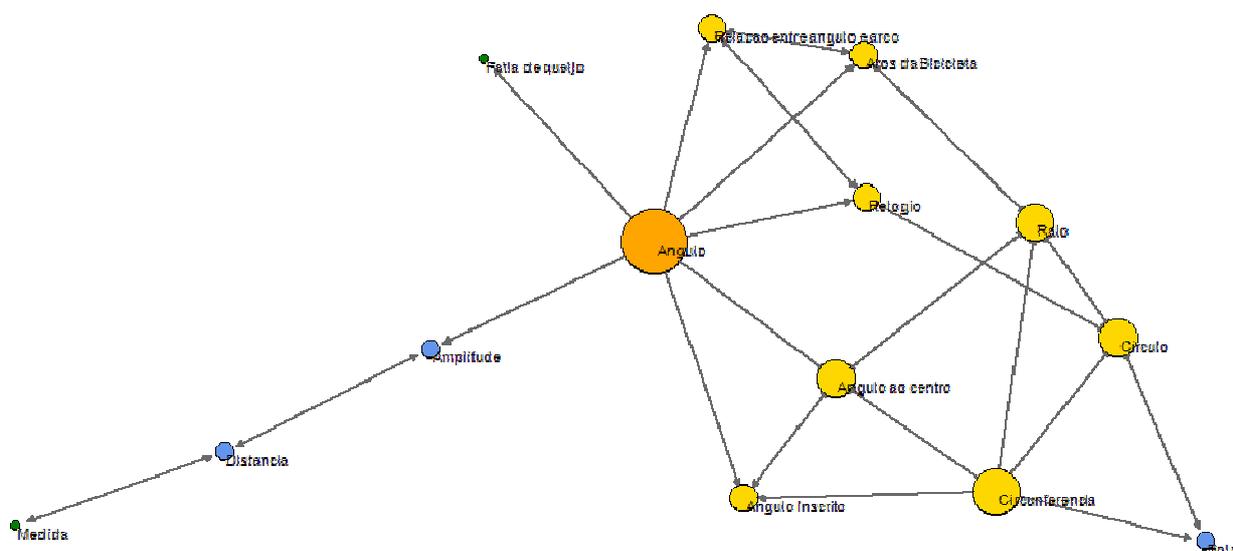


Figura 10. Red conceptual obtenida sobre un tema de Geometría (Veríssimo, 2013)

Como en la Matriz de datos todos los conceptos están relacionados en mayor o menor grado, aparecerían relacionados todos los conceptos. Pero esta red no ofrecería ninguna información útil por lo que interesa es representar los enlaces más significativos. Para determinar qué enlaces se incorporan el criterio consiste en que un enlace sólo se incorpora a la red si no existe un camino indirecto a través de otros nodos cuya suma de pesos sea menor que la de dicho enlace directo. De este modo, en la red resultante no todos los conceptos están necesariamente relacionados a todos los demás, sino que sólo se representan aquellos enlazados por senderos de peso mínimo, de manera que se representan sólo las relaciones más fuertes, y los nodos más destacados, como podemos ver en la Figura 16. Para una exposición detallada de los aspectos anteriores, puede consultarse (Schvaneveldt, 1989) (Casas 2002) y (Casas y Luengo, 2005).

La gran aportación que suponen las Redes Asociativas Pathfinder es que permiten crear representaciones en forma de redes de la estructura cognitiva de un sujeto a partir de datos empíricos, pudiendo ser generadas de forma no invasiva y totalmente automática.

Las Redes Asociativas Pathfinder, tienen campos de utilización muy amplios; en las Tesis Doctorales de (Casas, 2002); (Torres Carvalho, 2011) y (Veríssimo, 2013) se hacen revisiones bibliográficas detalladas de la utilización de esta técnica.

### 3.2. El software GOLUCA.

El primer programa informático que se utilizó para generar estas redes fue el programa KNOT (Knowledge Network Organizing Tool) de Interlink (1989) [12], desarrollado por Roger Schvaneveldt en la Universidad de Nuevo México - Estados Unidos de América. Posteriormente Godinho (2007), miembro del grupo de investigación CiberDidact, diseñó e implementó el software GOLUCA para la creación de redes asociativas Pathfinder, que añade nuevas funcionalidades que no existían en KNOT. Por ejemplo permite trabajar con imágenes y sonidos, lo que amplía grandemente su potencial de aplicación en la investigación.

El programa permite almacenar los datos en una base de datos, importar datos de otras bases, visualizar los datos por medio de representaciones de redes, organizarlos, hacer numerosos cálculos (redes medias, coherencias de redes, similitudes, análisis de nodos, nodos nucleares etc)... además de elaborar informes y exportar los datos. Para más detalles sobre el funcionamiento de GOLUCA se puede consultar (Godinho, Luengo, y Casas (2007); Casas, Luengo y Godinho, (2011).

Para obtener una RAP a través de GOLUCA el primer proceso es la obtención de datos. Para ello debemos introducir los items clave que vamos a explorar con esta técnica.

En la Figura 11 podemos ver la ventana de definición de términos u objetos; permite la definición de términos de textos (como ya hacía KNOT), de imágenes e incluso de sonidos. Una vez definida la lista de items y definidos los grupos (clases escolares por ejemplo) se procede al test (como se puede observar en dicha figura, cuadro inferior).

El programa solicita al alumno que evalúe (haciendo click en el triángulo inferior) de (-) a (+) el grado de relación entre pares de items que se le presentan de forma aleatoria.



Figura 11. Red Proceso de Obtención de datos a través de GOLUCA.

Se crea un fichero de texto que contiene una matriz triangular con la que GOLUCA efectúa los cálculos, hace una representación gráfica (con y sin "pesos) y efectúa el análisis de redes solicitado (cálculo de redes medias, coeficiente de complejidad, coherencia, similitud, nodos nucleares, etc.) (Figura 12).

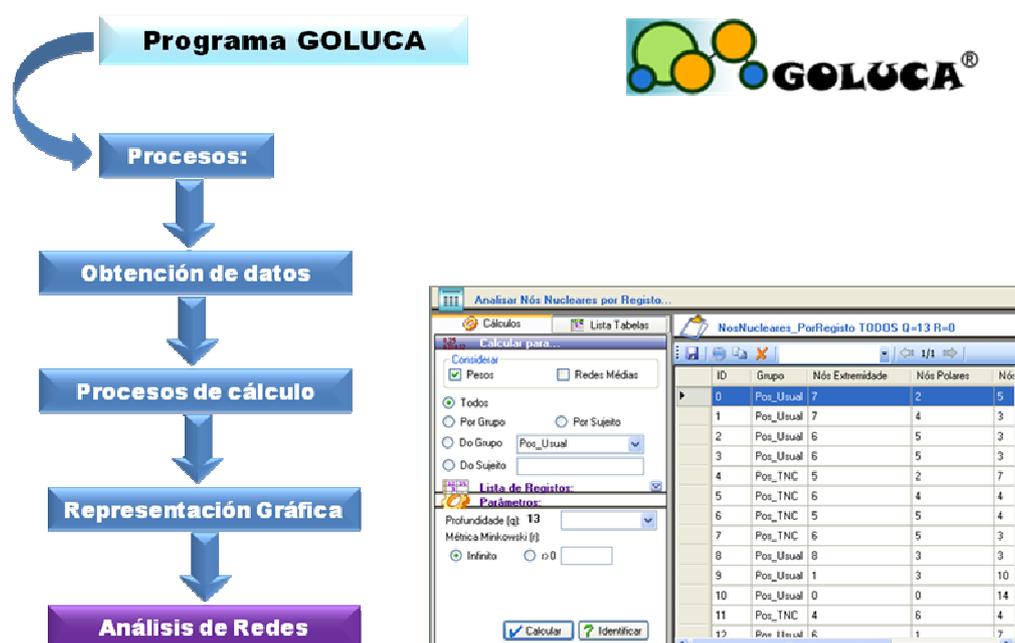


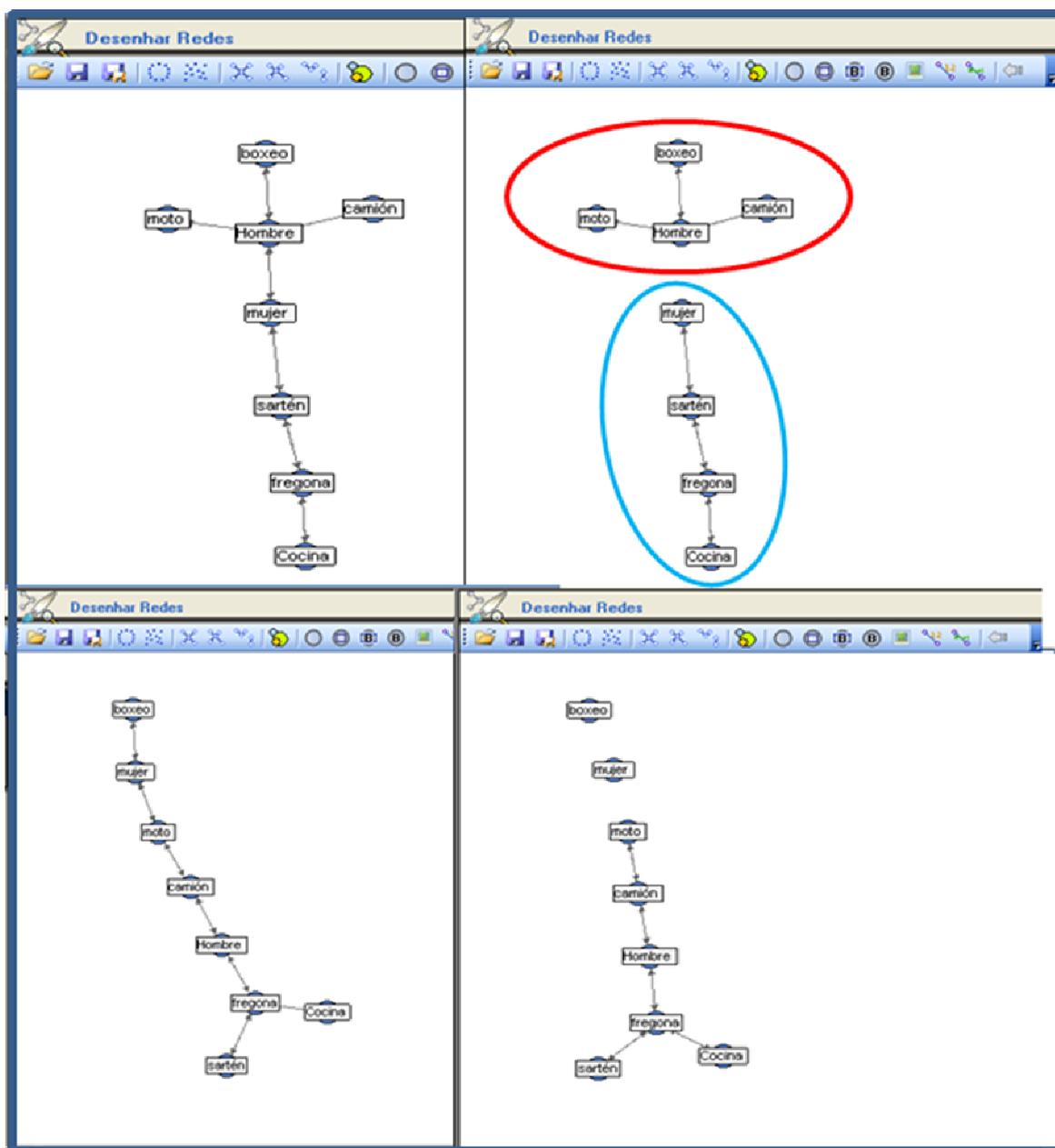
Figura 12. Representación y análisis y de RAP a través de GOLUCA

Para ilustrar someramente algunas posibilidades vamos a dar dos ejemplos: Uno que tiene que ver con las Matemáticas, y otro que no, pero que ilustra el potencial de éstas técnicas en otros campos del conocimiento.

Empecemos por el último, que es un ejemplo muy sencillo en el que se trata de detectar si el sujeto que hace el test refleja una concepción machista. Se trata de ofrecerle una serie de términos, que, en la concepción machista, van relacionados directamente con la mujer (cocina, sartén, fregona) y otros que en esta misma concepción van directamente relacionados con el hombre. Pedimos que haga el test GOLUCA a un hombre que se declara a sí mismo "machista" y a una mujer que se declara a sí misma como "feminista". Se trata de ver si GOLUCA detecta estas tendencias. La figura 13 muestra el resultado obtenido.

En cuadro superior izquierdo vemos la RAP del hombre (machista) en la que observamos que aparece un nodo nuclear "Hombre" y en torno a él (moto, boxeo y camión) y un nodo polar "mujer" ligado con los términos (cocina, sartén, fregona). En el cuadro superior derecho otra opción del programa, nos ha permitido hacer un corte de manera que eliminemos las relaciones más débiles en la representación, con lo que aparecen más claramente los dos grupos de términos: Hombre y sus tres términos relacionados y mujer y sus términos relacionados.

En el cuadro inferior izquierdo vemos la RAP de una mujer que se declara "feminista" en el que los enlaces son muy diferentes. Ya no aparecen las asociaciones anteriores y en cuadro inferior derecho, después del corte, el grupo principal, en torno al concepto nuclear "fregona" relaciona con el hombre items que no se corresponden con la concepción machista anterior. A través de GOLUCA en la investigación de estudios de género se pueden detectar estas tendencias



**Figura 13. RAP obtenidas a través de GOLUCA (machismo-feminismo)**

El otro caso que presentamos es un ejemplo sencillo de Matemáticas en el que trata de comprobar si los alumnos han interiorizado el concepto de par e impar y la proximidad de los números naturales. Ahora se le van a presentar una serie de números (1, 2, 7, 8, 9, 10, 33 y 44). Pedimos que haga el test GOLUCA a un alumno que sabemos conoce los números pares e impares y a otro que sabemos que no los tiene interiorizados. Se trata de ver si GOLUCA detecta si los alumnos tienen interiorizado el concepto de par e impar y si son capaces de asociar también la proximidad en el orden numérico de los Naturales. La figura 14 muestra el resultado obtenido.

En cuadro superior izquierdo vemos la RAP del alumno que conoce los números pares e impares. Aparecen como nodos nucleares 10 y 7. Agrupados en torno al 10 están todos los pares y en torno al 7 los impares, aunque también el 7 y

el 2 están relacionados, al menos por una cierta proximidad. En el cuadro superior derecho otra opción del programa, nos ha permitido hacer un corte de manera que eliminemos las relaciones más débiles en la representación, con lo que aparecen más claramente los dos grupos de términos: El grupo de los pares (10, 2,8,44) y el de los impares (7,1,9,33). Parece que la noción de proximidad no la tiene tan clara o la ha dejado en un segundo término ya que ve más próximo el 2 al 7 que al 1.

En el cuadro inferior izquierdo vemos la RAP de un alumno que no tiene muy clara la distinción de par e impar ya que observamos enlaces erróneos (como 2 con 9) y otros que faltan (por ejemplo 2 con 8). En el cuadro inferior derecho, después del corte, aparecen grupos confusos que no atienden ni a la paridad ni a la proximidad (como por ejemplo 9 y 2) y en una cadena lineal desordenada en la que no existen nodos nucleares. Como vemos mediante GOLUCA hemos detectado alumnos que no tienen interiorizados los conceptos de par e impar, y de proximidad numérica.

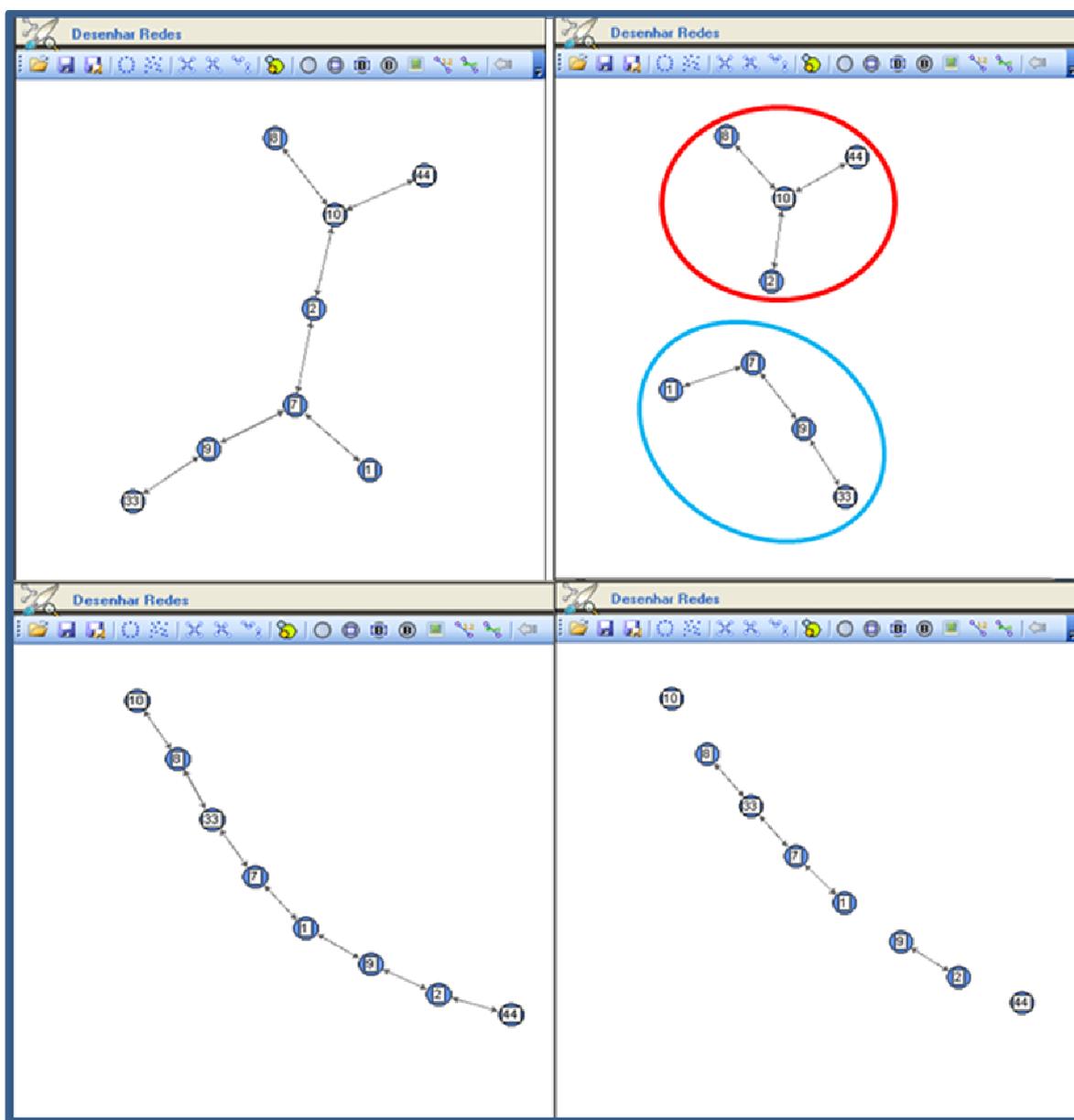


Figura 14. RAP obtenidas a través de GOLUCA (Par e Impar).

#### 4. Aplicaciones en la Educación Matemática

La TCN y su técnica asociada (RAP) mediante GOLUCA ha sido aplicada a varios campos del conocimiento. La diversidad de aplicaciones y las representaciones y análisis puestos en juego y materializados en los numerosos trabajos del grupo Ciberdidact, permiten dar cuenta de su interés y potencialidad de esta línea de investigación. (Torres, 2011) hace una revisión de los trabajos y proyectos de investigación del grupo, indicando que la mayoría de las investigaciones están relacionadas con los trabajos de investigación de los cursos de Doctorado y las propias Tesis Doctorales. En síntesis fueron leídas y aprobadas 5 Tesis Doctorales, que utilizaron como Marco Teórico la TCN y su técnica asociada RAP a través de las distintas versiones de GOLUCA (ver tabla 1).

Nº	Tesis /año	Título	Autor	Descriptoros	Directores
1	TESIS 2002	Aportaciones a la investigación sobre la estructura cognitiva de los alumnos a través de Redes Pathfinder. Un estudio en Geometría	Casas García, Luis M.	Conceptos básicos Geometría/ estructura cognitiva / Generación de la Teoría TNC / RAP	Dr. Ricardo Luengo
2	TESIS 2008	Evaluación de la calidad de Cursos Virtuales: Indicadores de Calidad y construcción de un cuestionario de medida. Aplicación al ámbito de asignaturas de Ingeniería Telemática	Arias Masa, Juan.	TNC y Red de la Ciencia / RAP / Entornos aprendizaje web/ TICs / Evaluación y calidad / Informática- Telemática- Educación Universitaria.	Dres. D. Ricardo Luengo y D. Justo Carracedo
3	2010	Análise do Domínio de Conceitos Trigonométricos: Estudo Exploratório com alunos do Ensino Básico ao Ensino Superior de Escolas de Beja	Antúnez Figueiredo, Ana	Conceptos básicos Trigonometría / Estructura cognitiva- TNC / RAP / Comparación de métodos: "Card Sorting" (Nielsen, 1995)	Dres. D. Ricardo Luengo y D. Luis M. Casas
4	2011	Estudio de las posibilidades de aplicación a la enseñanza de la Matemática del entorno PmatE: Validación y aportaciones en 1º Ciclo de Enseñanza Básica	Torres Carvalho, J Luis	Conceptos básicos Aritmética/ Estructura cognitiva- TNC / RAP / Entornos aprendizaje web/	Dres. D. Ricardo Luengo y D. J. Pires Ramos
5	2013	La introducción de las ideas de la Teoría de Conceptos Nucleares en la enseñanza de la Geometría y sus implicaciones	Veríssimo Catarreira, Sofía	Geometría / Circunferencia en Primaria / Didáctica Matemática / Programa de intervención en Matemáticas / TNC / RAP / Redes Pathfinder/ Unidades didácticas	Dres. D. Ricardo Luengo y D. Luis M. Casas

Tabla 1. Tesis Doctorales que usan como Marco Teórico la TCN

Otros trabajos de investigación del grupo los hemos condensado en la Tabla 2; en la última columna (descriptoros) podemos observar la cantidad de temas técnicas y análisis que se han empleado en nuestras investigaciones. Las mismas han dado lugar a numerosas publicaciones; algunas han sido citadas y aparecen en las referencias o la Bibliografía y todas las referencias se pueden consultar en la web del grupo Ciberdidact [9].

Nº	Trabajo /Tipo	Título	Autor	Descriptor
1	T Suf Invest (2001)	Aportaciones a la investigación. sobre la estructura. cognitiva de los alumnos a través de Redes Pathfinder. Un estudio exploratorio en Geometría	Casas García, L.M.	Conceptos básicos Geometría/ estructura cognitiva
2	DEA 2007	Implementação do software GOLUCA e aplicação à modificação de redes conceptuais".	Godinho López, V.	Redes conceptuales / "poso cultural"/ TNC / Implementación software / Video
3	TFM 2007	"Aproximación a la medida del aprendizaje a través de Redes Asociativas Pathfinder"	Hidalgo Izquierdo, V.	TNC y Red de la Ciencia / RAP / Similaridades de RAP / Unidades Didácticas
4	TFM 2008	Representación del conocimiento y percepción del proceso de formación: estudio cualitativo con personal de enfermería".	Milagros Jiménez Adán	RAP / Relatos profesionales /Enfermería.
5	T FM 2008	Enseñanza y Aprendizaje de la función cuadrática utilizando un simulador geométrico desde el enfoque de la Teoría de los Conceptos Nucleares	Luis Javier Aguirre Contreras	Teoría de Funciones / estructura cognitiva /TNC / RAP / Unidades Didácticas
6	TFM 2009	"Integración de las TICs en el proceso de E/A y actitudes de los docentes de Matemáticas: Estudio comparativo entre profesores chilenos y españoles	Silvia Ramirez Zumelzu	Redes conceptuales /RAP / Actitudes / Competencias / TICs
7	T FM 2010	Errores conceptuales sobre Geometría: Estructura Cognitiva	M <sup>a</sup> de los Angeles Pecero Márquez	Geometría / Errores conceptuales / estructura cognitiva / TNC / RAP
8	TFM 2011	Visión del Docente sobre la utilización del Blog en el aula. Estudio cualitativo.	Santiago M Vicente González	Redes conceptuales /RAP / TICs
9	TFM 2011	Análisis cualitativo sobre la percepción de las TICs en alumnos/as de Secundaria mediante los programas informáticos GestMagister y Goluca.	Ana Belén Molero García	Redes conceptuales /RAP / TICs / Implementación software /
10	TFM 2011	O contributo das Redes Associativas Pathfinder á avaliação das aprendizagens em Matemática: aplicação aos exames de Matemática da 1.ª chamada do 9.ºano de escolaridade do Ensino Básico Português	Cesario Paulo Lameiras De Almeida	Evaluación en Matemáticas/ Redes conceptuales /RAP /
11	TFM 2011	Acceso cualitativo sobre la percepción de los profesores acerca del uso de la Plataforma Moodle, mediante los programas GESMAGISTER y GOLUCA.	José Pablo Vargas Vargas	Redes conceptuales /RAP / TICs / Entornos virtuales
12		Análisis sobre la percepción de las TICs, en Profesorado de Educación Primaria, mediante redes asociativas pathfinder. Estudio de caso.	Antonio Manuel Maldonado	Redes conceptuales /RAP / TICs / Estudio de casos

Tabla 2. Otros trabajos de Investigación del Grupo Ciberdidact.

En síntesis, pensamos que la TCN sus técnicas asociadas tienen ya un largo recorrido y una base sólida. Nuestra Agenda de Investigación agrupa en cuatro grupos las

cuestiones abiertas que aseguran el futuro de la línea y que sugieren las direcciones que debemos tomar en nuestra investigación:

1. Aportaciones al Marco TCN (cuyos objetivos son comprobar, completar y consolidar lo que ya sabemos acerca de TCN).
2. Mejorar la Técnica Goluca: Mejorar la técnica de obtención de redes, dotar al programa Goluca de nuevas funcionalidades y análisis y contrastar y triangular los resultados con otras técnicas.
3. Aplicaciones de TNC a diversos temas Matemáticos y a otras Áreas de conocimiento: Buscar nuevas estrategias y aplicaciones de TNC en la Enseñanza.
4. Mejora de los procesos de Enseñanza/Aprendizaje, de manera que los resultados encontrados, bajo TNC, influyan en la mejora de la Práctica, a través de la investigación de programas de enseñanza (y Unidades Didácticas) que aprovechen las potencialidades de los nuevos entornos virtuales.

Es cierto que ya sabemos bastantes cosas, pero tenemos más preguntas que respuestas, pues cada investigación plantea nuevos interrogantes y cuestiones abiertas que se abren y que sugieren nuevas investigaciones. Ello nos anima a seguir trabajando en la TCN y asegura el futuro de la línea de investigación.

## Referencias

- [1] El Real Decreto 1888/1984 (de 26 de septiembre, BOE de 26 de octubre) regulaba los concursos para la provisión de plazas de los cuerpos docentes universitarios y estableció un catálogo de **áreas de conocimiento** entendidos como dice el artículo 2º como “aquellos campos del saber caracterizados por la homogeneidad de su objeto de conocimiento, una común tradición histórica y la existencia de comunidades de investigadores, nacionales o internacionales”.  
<http://www.filosofia.org/mfa/e1984a.htm>
- [2] El BOE del 24 de junio de 2000, añade nuevas áreas de conocimientos a las existentes:[http://www.boe.es/diario\\_boe/txt.php?id=BOE-A-2000-11968](http://www.boe.es/diario_boe/txt.php?id=BOE-A-2000-11968)  
(manteniendo el Área de Didáctica de la Matemática).
- [3] El R.D 2360/1984 establece la normativa actual de Departamentos a la que estamos acogidos:  
[http://www.boe.es/aeboe/consultas/bases\\_datos/doc.php?id=BOE-A-1985-732](http://www.boe.es/aeboe/consultas/bases_datos/doc.php?id=BOE-A-1985-732)
- [4] Página Web de la Sociedad Extremeña de Educación Matemática "Ventura Reyes Prósper": <http://venturareyesproper.educarex.es/>
- [5] Página Web de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM): <http://www.fespm.es/>
- [6] Página Web de la SEIEM: <http://www.seiem.es/>
- [7] Página Web del Grupo de Geometría: <http://www.uv.es/aprenggeom/>
- [8] Página Web del Grupo CIBERDIDACT:  
<http://www.unex.es/investigacion/grupos/ciberdidact>
- [9] Publicaciones del Grupo CIBERDIDACT:  
<http://www.unex.es/investigacion/grupos/ciberdidact/estructura/publicaciones>
- [10] Página Web de la Federación Iberoamericana de Educación Matemática  
<http://www.fisem.org/web/index.php>
- [11] Tesis Doctoral del Doctor Luis M. Casas, dirigida por el Dr. D. Ricardo Luengo. Se puede encontrar en el grupo “Aprenggeom” de SEIEM en:  
<http://www.uv.es/aprenggeom/archivos2/Casas02a.pdf>

[12] Los elementos de la TCN pueden consultarse con más detalle en (Casas,.,2002), (Casas y Luengo, (2003a, 2004 a y b y 2005).

[13] Programa Knot de Interlink: <http://interlinkinc.net/>

[14] Programa GOLUCA, diseñado e implementado por el Grupo CIBAERDIDACT (<http://www.unex.es/investigacion/grupos/ciberdidact>)

### Bibliografía:

Antúñez, A. (2010): Análise do Domínio de Conceitos Trigonométricos: Estudo Exploratório com alunos do Ensino Básico ao Ensino Superior de Escolas de Beja. Badajoz. Universidad de Extremadura. *Dirigida por los Dres Dr. Ricardo Luengo y Luis M. Casas.*

Arias, J. (2008): Evaluación de la calidad de Cursos Virtuales: Indicadores de Calidad y construcción de un cuestionario de medida. Aplicación al ámbito de asignaturas de Ingeniería Telemática. Badajoz. Universidad de Extremadura. *Dirigida por los Dres Ricardo Luengo y Justo Carracedo.*

Ausubel D.P, y Novak, J.D. y Hanesian, H. (1978): *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. Ed. Trillas. México (trd versión en inglés del 1978).

Carvalho, J.L. (2011): Estudio de las posibilidades de aplicación a la enseñanza de la Matemática del entorno PmatE: Validación y aportaciones en 1º Ciclo de Enseñanza Básica. Badajoz. Universidad de Extremadura. *Dirigida por los Dres Ricardo Luengo y J.L. Pires.*

Carvalho, J.L., Ramos, J.L., Casas, L. y Luengo, R. (2010) Estrutura cognitiva dos alunos e aprendizagem conceptual da Matemática: contributos para o seu conhecimento através da técnica de Redes Associativas Pathfinder. En *Educação, Formação & Tecnologias* 3 (1), 15–30.

Casas, L. (2001): Aportaciones a la investigación sobre la estructura cognitiva de los alumnos a través de Redes Pathfinder. Un estudio exploratorio en Geometría • *Trabajo de Doctorado (9 créditos) dirigido por el Dr. Ricardo Luengo.*

Casas, L.(2002): El estudio de la estructura cognitiva de alumnos a través de Redes Asociativas Pathfinder. Aplicaciones y posibilidades en Geometría (*Tesis Doctoral*). Badajoz: Universidad de Extremadura. *Dirigida por el Dr. Ricardo Luengo.*

Casas-García, LM & Luengo-González, R. (2003a): “Redes Asociativas Pathfinder y Teoría de los Conceptos Nucleares. Aportaciones a la investigación en Didáctica de las Matemáticas” en *Investigación en Educación Matemática*.(179-188). VII S.E.I.EM. Universidad de Granada.

Casas-García, LM & Luengo-González, R. (2003b). Matemáticas: Representação Da Estrutura Cognitiva De Alunos. En *Congresso em Neurociências Cognitivas*. Universidade de Evora (Évora- Portugal).

Casas-García, LM & Luengo-González, R. (2004a). Teoría de los Conceptos Nucleares. Aplicación en Didáctica de las Matemáticas. En R. Luengo (Ed.), *Líneas de investigación en Educación Matemática*. Badajoz: Servicio de Publicaciones FESPM.

Casas-García, LM & Luengo-González, R. (2004b). Representación del conocimiento y aprendizaje. Teoría de los Conceptos Nucleares. En *Revista Española de Pedagogía* n, 227, 59–84.

Casas, L. M., & Luengo, R. (2005). Conceptos nucleares en la construcción del concepto de ángulo. En *Enseñanza de las Ciencias*, 23(2), 201–216.

- Casas, L. & Luengo, R. (2008): Técnicas de representación del conocimiento. Aplicaciones a la investigación y enseñanza en Geometría. En *Actas del XI ICME*. México.
- Casas-García, LM & Luengo-González, R. (2013): The study of the pupil's cognitive structure: the concept of angle. En *Eur J Psychol Educ* (2013) 28:373–398. Springer (DOI 10.1007/s10212-012-0119-4)
- Casas, L., Luengo, R. y Godinho, V. (2011) Software GOLUCA: Knowledge Representation in Mental Calculation. *US-China Education Review B*, 4, 592-600
- Casas, L., Luengo, R. Torres, J.L y Mendoza, M. (2011): Software para representación del conocimiento: una experiencia en Educación Infantil. En *Actas SIIE 12*. Andorra.
- Chen, Ch. (1.998). [En línea]. Bridging the Gap: The Use of Pathfinder Networks in Visual Navigation. *Journal of Visual Languages and Computing*, 9, 267-286. Disponible en: <http://www.pages.drexel.edu/~cc345/>
- Edelman, G. (1.992): Bright air, brilliant fire. On the matter of the mind. *New York: Basic Books*.
- Fenker, R. M. (1.975). The organization of conceptual materials: A methodology for measuring ideal and actual cognitive structures. En *Instructional Science*, 4, 33-57.
- Godinho, V. (2007). Implementação do software GOLUCA e aplicação à modificação de redes conceptuais (*trabalho de DEA*). Badajoz: Universidad de Extremadura, Instituto de Ciencias de la Educación.
- Godinho, V., Luengo, R. & Casas, L. (2007) Implementación del software GOLUCA y aplicación al cambio de redes conceptuales. *Report presented as part of the requirements of the "Diploma de Estudios Avanzados"*. Unpublished, Department of Didactics of Experimental Sciences and Mathematics. University of Extremadura, Spain.
- Jiménez, M., Casas, L. y Luengo, R. (2010) Representación del conocimiento y percepción subjetiva del proceso de aprendizaje profesional: estudio en personal de Enfermería. En *Educación Médica*, 13 (3), 163–170
- Jonassen, D. H. (1.990). Semantic network elicitation: tools for structuring hypertext. En C. Green y R. McAleese (Eds.). *Hypertext: State of the Art*. Oxford: Intellect.
- Luengo González, R., (1988): Una panorámica sobre la Educación Matemática en España. En *Conferencia inaugural (invitada) en el III Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM)*. Caracas (Venezuela). Actas publicadas DL / ASOVEMAT LF1751999510603.
- Luengo, R; Casas, L.M; Mendoza, M y Arias, J (2011): Possibilities of "Nuclear Concepts Theory" on Educational Research, a Review. En *International Conference The Future of Education*. Florencia, 16-17 de Junio de 2011
- Martín, E. (1.985): La representación espacial de los niños: Los mapas cognitivos. [CD]. *Cuadernos de Pedagogía*, 125, (sin paginar en la edición CD).
- Neisser, U. (1976): *Psicología Cognoscitiva*. México. Trillas / trd original inglés de 1969.
- Piaget, J. (1978): La evolución intelectual entre la adolescencia y la edad adulta". En J Delval comp. *Lecturas de Psicología del niño*, V 2.
- Preece, P. (1.976). Mapping cognitive structure: A comparison of methods. En *Journal of Educational Psychology*, 68, 1-8.

- Rumelhart, D.E. (1980): Schemata: The building block of cognition. En R.J. Spiro, B.C. Bruce y W. Brewer (Eds.). *Theoretical issues in reading comprehension*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Rumelhart D.E. (1984): Schemata and the cognitive system. En R.S. Wyer y T.K. Srull eds, *Handbook of social cognition*, v-1. Hillsdale, NJ:Erlbaum.
- Rumelhart, D.E., y McLelland, J. (Eds.). (1986): *Parallel Distributed Processing: Explorations In The Microstructure of Cognition*, vol. 1. Cambridge, MA: MIT Press.
- Shavelson, R. (1972): Some aspects of the correspondence between content structure and cognitive structure in physics instruction. *Journal of Educational Psychology*, 63, pg 225-234.
- Schvaneveldt, R.W.(Ed.).(1989): Pathfinder Associative Networks. En *Studies in Knowledge Organization*. Norwood, NJ: Ablex
- Schvaneveldt, R.W., Durso, F.T., y Dearholt, D.W. (1985): Pathfinder: Scaling with network structures. En *Memorandum in Computer and Cognitive Science, MCCS-85-9*. Las Cruces, NM: Computing Research Laboratory, New Mexico State University.
- Torres Carvalho, J. L. Pires Ramos J.L., Luengo González, R. y Casas García L.M. (2011): Knowledge of the Cognitive Structure of Students through Pathfinder Associative Networks Technique in the Context of PmatE En International Conference TheFuture of Education. Florencia, 16-17 de Junio de 2011.
- Torres Carvalho, J. L.; Luengo González, R.; Casas García, L.M y Mendoza García, M. (2012): Estudio de la estructura cognitiva: mapas conceptuales versus redes asociativas pathfinder. En *Concept Maps: Theory, Methodology, Technology*. A. J. Cañas, J. D. Novak, J. Vanhear, Eds.Valletta, Malta.
- Vasco, C. (1998). El archipiélago angular. *Memorias—III Congreso Iberoamericano de Educacion Matemática*, Caracas (p. 74–79).
- Verissimo Catarreira, S. (2013). La introducción de las ideas de la Teoría de Conceptos Nucleares en la enseñanza de la Geometría y sus implicaciones. Badajoz. Universidad de Extremadura. Dirigida por los Dres Dr. Ricardo Luengo y Luis M. Casas.
- Wainer, H y Kaye, K. (1974). Multidimensional scaling of concept learning in an introductory course. En *Journal of Educational Psychology*, 66, 591-59