

## **A Geometria escolar ontem e hoje: algumas reflexões sobre livros didáticos de Matemática**

***Maria Célia Leme da Silva***

---

### **Introdução**

Neste texto analisaremos a geometria escolar em livros didáticos utilizados nos Cursos Ginasiais da década de 1960 (hoje, correspondem as 5<sup>o</sup> a 8<sup>o</sup> séries do Ensino Fundamental, destinados aos alunos de 11 a 14 anos de idade) influenciados pelas propostas do Movimento da Matemática Moderna (MMM) e discutiremos como vem sendo construída uma nova *vulgata* para a geometria escolar “pós-moderna”, isto é, o estágio atual da geometria escolar nos textos para o ensino.

### **As disciplinas escolares e os livros didáticos**

O pesquisador André Chervel (1990) traz uma reflexão teórica sobre a história das disciplinas escolares. Segundo o autor, uma disciplina é caracterizada por vários componentes, entre eles: a exposição pelo professor ou pelo manual de um conteúdo de conhecimentos, as estratégias utilizadas para a motivação do aluno em aprender a disciplina e um aparelho docimológico, conjunto de instrumentos de avaliação como exames e provas (p. 202). Assim sendo, a pesquisa histórica de uma disciplina escolar requer fontes que forneçam elementos para a interpretação desses componentes.

O livro didático, como fonte de pesquisa, na investigação da história da disciplina escolar tem um papel importante, na medida em que sua análise possibilita verificar como os autores apropriaram-se das legislações ou recomendações num determinado período. Chervel (1990) afirma que “em cada época, o ensino dispensado pelos professores é, grosso modo, idêntico, para a

mesma disciplina e para o mesmo nível. Todos os manuais ou quase todos dizem então a mesma coisa, ou quase isso. Os conceitos ensinados, a terminologia adotada, a coleção de rubricas e capítulos, a organização do corpus de conhecimento, mesmo os exemplos utilizados ou os tipos de exercícios praticados são idênticos, com variações aproximadas” (p. 203) denominando este fenômeno de vulgata.

Valente (2004) salienta que o historiador de uma dada disciplina defronta-se, com épocas em que a produção didática apresenta-se estável, caracterizando bem uma vulgata escolar. Mas, há momentos, impulsionados pelos mais diversos determinantes, em que o historiador encontra produções que intentam dar origem a um novo modo de organização do ensino. O estudo desses novos manuais poderá revelar importantes elementos constituintes da trajetória de uma dada disciplina escolar (p.173)

### **As pesquisas sobre o Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil**

Nos anos 1960, o ensino de Matemática no Brasil, e também em outros países, sofreu a influência do chamado Movimento da Matemática Moderna – MMM, que buscava aproximar a Matemática desenvolvida na escola básica com a Matemática produzida pelos pesquisadores da área. Como consequência, as propostas defendidas pelo Movimento enfatizam as estruturas algébricas, a teoria dos conjuntos, a topologia, as transformações geométricas, entre outras. O Movimento provocou discussões e reformas no currículo de Matemática da Educação Básica.

Ao realizar o levantamento das pesquisas sobre o MMM no Brasil, constatamos que o primeiro trabalho sistematizado data de 1987, com a tese de doutorado “The dynamics and consequences of the modern mathematics reform movement for brazilians mathematics education” de Beatriz D’Ambrósio. Daí em diante, outros estudos são realizados (Burigo, 1989; Vitti, 1998; Souza, 1998; Stephan, 2000; Soares, 2001), sendo que cada um deles traz contribuições significativas para o

entendimento de como o MMM é interpretado e incorporado à realidade brasileira, compondo assim o ideário modernizador.

As pesquisas acima citadas traçam um panorama geral do contexto social, político e econômico da época, discutem o desenvolvimento dos saberes matemáticos e psicológicos e suas influências no Movimento. Além disso, em muitas delas, são apresentadas e analisadas as falas de líderes do MMM no Brasil, como por exemplo, do professor Osvaldo Sangiorgi, os anais de Congressos de Educação Matemática e os principais grupos de estudos da área existentes, em particular, do GEEM (Grupo de Estudos de Educação Matemática) criado em 1961, na cidade de São Paulo.

### **Sobre a Geometria Escolar no MMM**

Quanto ao ensino de Geometria no período do MMM, as teses e dissertações discutiram muito pouco o tema. D'Ambrósio (1987) relata que no II Congresso de Educação Matemática, realizado em Porto Alegre no ano de 1957, Ubiratan D'Ambrosio sugere para o ensino secundário a introdução do estudo de propriedades de diferentes conjuntos numéricos e de estruturas algébricas de operações, assim como das estruturas que podem ser observadas nas transformações geométricas (p. 87-88). O estudo ainda apresenta uma agenda de cursos oferecidos pelo GEEM no período entre 1960 a 1970, e nela podemos observar que a geometria não foi uma área muito discutida, apresentando um número bastante reduzido de cursos com enfoque na Geometria, se comparado aos demais. Nas conclusões, a pesquisadora afirma que a geometria é ainda relegada para a última parte dos livros didáticos e que os tópicos de Geometria propostos na década de 60, como as transformações geométricas, nunca integraram o currículo (p.221).

Burigo (1989) relata que muitos membros do GEEM participaram de cursos desenvolvidos em outros países, assim como de encontros internacionais. Segundo

a pesquisadora, uma das conseqüências desse contato foi o esforço em dar à Geometria um tratamento axiomático, com recurso às estruturas algébricas e à teoria dos conjuntos. A partir de 1969, vários cursos organizados pelo GEEM incluíram a temática das transformações geométricas (p. 169-170). A pesquisadora comenta ainda, que, em 1965, já era desenvolvida no Ginásio do Brooklin (Estado de São Paulo) a experiência da introdução de novos conceitos de Geometria, como os de transformação geométrica, isometria e homotetia (p.169).

Ao discutir o papel da Geometria no MMM, Soares (2001) alega que o novo enfoque dado à Matemática alterou o equilíbrio enciclopédico entre seus diversos campos e com isso, houve um certo desequilíbrio entre a atenção dada à Álgebra e à Geometria. Segundo a pesquisadora, frases mal interpretadas contra a Geometria Euclidiana, como “*Abaixo Euclides!*” do matemático Jean Dieudonné, pertencente ao grupo francês Bourbaki, deixaram ainda mais crítica a situação do ensino da Geometria no Brasil. Em sua conclusão, a pesquisadora afirma que o ensino da Geometria por meio do estudo das transformações lineares e espaços vetoriais não teve lugar na prática. Além disso, continuou-se ensinando a Geometria Euclidiana tradicional, mas empregando-se a linguagem dos conjuntos.

### **Oswaldo Sangiorgi: livros didáticos que referendaram o MMM no Brasil**

Oswaldo Sangiorgi foi professor titular de pós-graduação da Escola de Comunicações e Artes da Universidade de São Paulo (ECA-USP) e professor da Faculdade de Filosofia da Universidade Mackenzie. Licenciado em Ciências Matemáticas pela Faculdade de Filosofia Ciências e Letras da USP. A fundação do GEEM deu-se a partir da iniciativa do professor Sangiorgi, um dos pioneiros na divulgação do Movimento no Brasil. Além disso, Oswaldo Sangiorgi foi o primeiro autor de livros didáticos a incorporar as novas propostas defendidas pelo MMM, tendo suas coleções como uma das mais vendidas no Brasil durante a década de 60.

Os livros didáticos que examinaremos são de Osvaldo Sangiorgi, por considerá-los significativos ao período. Trata-se de uma coleção de Matemática com quatro volumes, destinados aos alunos do curso ginásial, o que atualmente corresponde às 5<sup>o</sup> a 8<sup>o</sup> séries do Ensino Fundamental.

### A Geometria escolar dos livros: “Matemática–curso moderno para os ginásios”

A tabela a seguir descreve o índice das obras, sendo que os temas referentes à Aritmética e Álgebra foram resumidos, de modo a dar uma visão geral ao leitor, e os assuntos relativos à Geometria estão mais detalhados e em negrito.

<p>1<sup>o</sup> volume (5<sup>o</sup> série atual)  11 anos</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Estudo dos conjuntos; número natural;</li> <li>2. Operações no conjunto dos naturais, propriedades estruturais;</li> <li>3. Conjunto dos racionais, propriedades estruturais;</li> <li>4. <b>Medidas. Sistemas: usuais e métrico decimal, Comprimento de poligonais; circunferência, Unidade de área, Áreas das principais figuras planas, unidade de volume; medidas de capacidade, Volume dos principais sólidos; áreas laterais, Unidades de massa, Sistemas de medidas não-decimal, Medida do tempo; ângulos planos, Sistema Inglês de Medidas, Conversões; operações com números não-decimais.</b></li> </ol>
<p>2<sup>o</sup> volume (6<sup>o</sup> série atual)  12 anos</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Número racional absoluto, razões, proporções;</li> <li>2. Números e grandezas proporcionais, regras de três, juros simples;</li> <li>3. Números inteiros relativos e número racional relativo, propriedades estruturais;</li> <li>4. Moderno tratamento da Álgebra: sentenças e expressões, conjunto-universo e conjunto-verdade, equações e inequações, relações binárias.</li> </ol>

<p>3º volume (7º série atual)  13 anos</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Números reais; estrutura de corpo;</li> <li>2. Cálculo algébrico; estudo dos polinômios;</li> <li>3. Estudo das figuras geométricas: objetivos da Geometria, figuras geométricas planas; um pouco de topologia, relações e operações com conjuntos de pontos no plano, semi-reta, segmento de reta, semi-plano, segmentos congruentes, ângulo, ângulos congruentes, práticas demonstrativas;</li> <li>4. Polígono, triângulos, congruência de triângulos, Postulados e Teoremas, quadriláteros: teoremas fundamentais, circunferências: teoremas fundamentais.</li> </ol> <p style="text-align: center;">Apêndice: Transformações geométricas planas: grupo das translações, grupo das rotações e simetrias.</p>
<p>4º volume (8º série atual)  14 anos</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Números reais: práticas com números irracionais;</li> <li>2. Funções</li> <li>3. Semelhança: razão e proporção de segmentos, Teorema de Tales, semelhança como correspondência, semelhança de triângulos e de polígonos, homotetia, razões trigonométricas de ângulos agudos, relações métricas no triângulo retângulo, num triângulo qualquer, no círculo e nos polígonos regulares, Teorema de Pitágoras, medida da circunferência, cálculo de <math>\pi</math>.</li> </ol>

A primeira observação na relação dos conteúdos é a presença acentuada da teoria dos conjuntos e das estruturas algébricas de modo geral, que foi uma característica marcante na proposta do MMM. Com relação ao ensino de Geometria, verifica-se que seu estudo é feito separadamente das demais áreas da Matemática, e nos volumes em que é tratada, nos capítulos finais do livro, como D'Ambrosio (1987) mencionou.

No 1º volume já é apresentada aos alunos uma quantidade significativa de fórmulas referentes às áreas das principais figuras, ao volume dos principais sólidos, com justificativas pontuais e intuitivas, como, por exemplo, “seja o triângulo (fig. abaixo) que, como é fácil de se verificar, é a metade do paralelogramo pontilhado.” (p.314). Outro dado a observar é a pouca quantidade de exercícios, sendo que esses poucos se limitam a aplicações simples de fórmulas.

No 3º volume, evidencia-se o emprego da teoria dos conjuntos no trato com entes geométricos, ponto pertencente a reta, a reta está contida no plano, o ponto B é o único elemento comum aos conjuntos do segmento  $\overline{AB}$  e  $\overline{BC}$ . Além disso, inicia-se o tratamento axiomático da Geometria, há um item denominado “necessidade de um processo dedutivo” (p.232), no qual o autor discute a fragilidade da verificação experimental e chama a atenção do aluno para a necessidade do processo dedutivo, denominado demonstração. Logo a seguir, são apresentados uma lista com os postulados, e a demonstração dos primeiros teoremas. Há ainda um item de ajuda ao aluno denominado “como enfrentar um teorema com êxito”, que corresponde a dicas de procedimentos que podem contribuir na demonstração. Na p. 242, o autor apresenta um quadro denominado *Lembrete Amigo* (este tipo de quadro é utilizado em vários capítulos de todos os volumes) com o seguinte recado: “Não há formas rígidas para você conduzir a demonstração de um teorema. As possíveis “regras” iniciais que o vão guiar numa demonstração muito se assemelham às usadas no desenvolvimento de um jogo: quanto mais conhecidas, melhor você irá jogando. Também na geometria, quanto mais você for demonstrando, mais irá apurando o seu espírito dedutivo!”. A linguagem empregada no volume é formal, com uso de simbologia matemática.

No apêndice, são apresentadas 14 páginas dedicadas ao estudo das transformações geométricas, do ponto de vista algébrico, ou seja, definem-se as operações das transformações, prova-se as propriedades relativas àquela operação e define-se a estrutura algébrica correspondente, como por exemplo, “o conjunto das translações no plano, com relação à operação adição de translação, tem estrutura

de grupo comutativo” (p.305). Esta abordagem dá margem a uma discussão, visto que o estudo da Geometria, via transformações geométricas, é uma abordagem que possibilita o tratamento da Geometria pelas estruturas algébricas, consideradas pelo MMM como elemento unificador da Matemática. Assim, nos parece incoerente um tópico considerado central nas propostas do MMM estar ocupando o apêndice de um volume da coleção.

Finalmente no 4º volume, nota-se uma continuação dos assuntos sobre Geometria, tratados no 3º volume, mantendo a mesma abordagem. Ao discutir a homotetia (ou similitude central) na p. 169, Sangiorgi define como uma transformação geométrica e retoma as transformações estudadas no volume anterior, evidenciando que àquelas conservavam as distâncias e a estudada no momento (homotetia) conserva as proporções.

Em síntese, ao analisar a obra no que se refere ao ensino de Geometria, muitos aspectos são evidenciados, entre eles: emprego acentuado da teoria dos conjuntos no estudo da Geometria, um tratamento preponderante do ponto de vista axiomático da Geometria, utilizando linguagem formal, Geometria estudada desarticuladamente das demais áreas e também em separado das transformações geométricas. Esse conjunto de características compõe o que Chervel (1990) denomina de vulgata, que irá revelar-se em muitos outros livros do período.

### **Tempos “pós-modernos”: Que geometria escolar?**

Hoje sabemos que o MMM fracassou no mundo todo, sendo o livro “*O fracasso da matemática moderna*” de Morris Kline uma referência para esse diagnóstico. Apesar disso, um Movimento, da abrangência e importância como o da Matemática Moderna, deixou marcas no ensino de Matemática brasileiro por muito tempo, como veremos em seguida.

Em 1985, cerca de vinte anos depois, é criado o PNLD – Programa Nacional do Livro Didático com o objetivo de distribuir livros escolares a todos os estudantes nas



escolas públicas do Brasil. Num primeiro momento os critérios utilizados pelo PNLD na escolha dos livros adquiridos para distribuição gratuita eram puramente técnicos, como durabilidade, qualidade do papel e da encadernação, etc.

Em paralelo ao PNLD, em 1998, o Ministério de Educação e Cultura do Brasil apresenta um documento denominado Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN cujo objetivo é de ampliar e aprofundar um debate educacional que envolva escolas, pais, governos e sociedade e dê origem a uma transformação positiva no sistema educativo brasileiro. Na área de Matemática, o texto afirma que muitas das idéias defendidas pelo MMM ainda permanecem presentes no ensino brasileiro de Matemática: “por exemplo, a insistência no trabalho com a linguagem da teoria dos conjuntos nas séries iniciais, a formalização precoce de conceitos, o predomínio absoluto da álgebra nas séries finais e as poucas aplicações práticas da Matemática no ensino fundamental” (PCN, 1998, p.21).

Quanto ao ensino de Geometria, os PCN (1998, p.51) consideram os conceitos geométricos parte importante do currículo de Matemática, um campo fértil para trabalhar com situações-problemas, destaca a importância das transformações geométricas de modo a permitir o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial e como recurso para induzir de forma experimental a descoberta.

Retomando o PNLD, a partir de 1996, a avaliação pedagógica dos livros didáticos passa a ser inserida nesse Programa. Os critérios de avaliação dos livros se dividem em duas partes: uma geral, referente a todas as áreas e uma específica para cada área. O que discutiremos diz respeito à parte específica de Matemática, a qual passamos a relatar brevemente.

Segundo Carvalho e Lima (2002), num primeiro momento a avaliação teve como objetivo excluir do PNLD obras que contivessem erros conceituais graves ou manifestações de discriminação social. Já no segundo momento, a partir de 1999, com o amadurecimento nas duas avaliações anteriores, decidiu-se avaliar as obras inscritas não somente de acordo com sua adequação conceitual e com sua

contribuição para o exercício da cidadania, mas também de acordo com sua efetiva contribuição para o domínio das habilidades e procedimentos envolvidos no uso da Matemática.

Ao realizar uma análise quanto aos impactos da avaliação de livros didáticos para o Ensino Fundamental da área de Matemática, Carvalho e Lima (2002) comparando a situação existente antes do início das avaliações e a de hoje, apontam diversas mudanças significativas, das quais destacaremos:

### Situação antes do PNLD

- Manutenção de padrão de livro didático de Matemática vigente desde a década de 70, com uso exagerado da linguagem da teoria dos conjuntos, ênfase no formalismo e na terminologia e descaso com a Geometria;
- A maioria das obras enfatizava unicamente o adestramento e a memorização, com a repetição de exercícios totalmente descontextualizados, cuja única finalidade era a mecanização de procedimentos e algoritmos;
- A compartimentalização rígida dos três blocos da Matemática escolar – números e operações, medida, geometria e o isolamento entre eles.

### Situação hoje

- A preocupação em propiciar o desenvolvimento simultâneo de várias habilidades cognitivas, como memorização, síntese, análise, generalização, indução, estabelecimento de hipóteses e conjecturas, validação de estratégias e resultados;
- Nota-se um esforço genuíno de contextualização na maioria das coleções. A preocupação com a inserção da Matemática no dia-a-dia dos alunos é evidente;

- A maioria das obras tenta integrar os três grandes blocos da Matemática no Ensino Fundamental. Houve uma mudança substancial na apresentação da Geometria, iniciada freqüentemente com a apresentação de sólidos geométricos e a introdução gradual dos conceitos abstratos de reta, ponto e plano;
- Os exageros da “teoria dos conjuntos” presentes nas obras de há cinco anos atrás praticamente desapareceram. Não se encontram mais livros de primeira série que já nas páginas iniciais apresentavam os conceitos de conjunto vazio e de conjunto unitário.

### Uma nova vulgata?

Parece consenso que tanto a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais como o Programa Nacional do Livro Didático provocaram transformações na disciplina Matemática. É preciso, entretanto, aprofundar as análises nessas transformações de modo a compreender melhor como as idéias, sugestões, propostas contidas nesses documentos estão sendo apropriadas nas práticas pedagógicas.

Um das fontes a ser investigada é o livro didático, e, neste sentido, no que diz respeito ao ensino de Geometria, verificamos mudanças, como: a integração, cada vez mais evidente, da Geometria com as outras áreas da Matemática, a diminuição ou até ausência da linguagem de conjuntos, uma preocupação com o dia-a-dia, com a contextualização, em oposição ao enfoque formal dedutivo da época moderna. É possível, então, dizer que se trata de uma nova vulgata para o ensino de Geometria? Será que finalmente a Geometria ganha seu espaço e passa a ser incorporada ao ensino da Matemática?

Carvalho e Lima (2002) também apresentam em suas análises uma preocupação com a cristalização de um modelo único de livro didático de Matemática induzido pela avaliação e pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, o

que inibe experiências inovadoras e tira opções para o professor escolher entre obras com propostas nitidamente diferentes. Será possível nos libertarmos das vulgatas?

Uma outra questão que julgamos importante investigar é em que medida a abordagem e o enfoque dado na Geometria no período do MMM interferiu, contribuiu para a nova abordagem atual. Será necessário, por exemplo, um formalismo exagerado sob um único ponto de vista – axiomático para depois caminhar em direção ao desenvolvimento de diversas habilidades cognitivas?

Acreditamos que muitas das questões aqui levantadas requerem novas investigações para suas resposta e certamente trarão contribuições significativas para a história da trajetória da disciplina Matemática.

## Bibliografia

- Bürigo, E. Z. Movimento da matemática moderna no Brasil: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 1989.
- Carvalho, J. B. P. e Lima, P. F. O PNLD e sua influência sobre os livros didáticos de Matemática. Rio de Janeiro, 2002.
- Chervel, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. In: Teoria & Educação, Porto Alegre, no 2, 1990, p. 177-229.
- D'ambrosio, B. S. The Dynamics and consequences of the modern mathematics reform movement for Brazilian mathematics education. Thesis (Doctor of Philosophy) Indiana University, 1987.
- Kline, M. O fracasso da Matemática Moderna. São Paulo: Ibrasa, 1976.
- Parâmetros Curriculares Nacionais (5º a 8º série): Matemática - Secretaria de Educação Fundamental. - Brasília: MEC/SEF, 1998.
- Sangiorgi, O. Matemática - curso moderno para os ginásios. Companhia Editora Nacional, 1968. 1o e 3o volumes.
- Sangiorgi, O. Matemática - curso moderno para cursos ginásiais. Companhia Editora Nacional, 1965. 2o volume.
- Sangiorgi, O. Matemática: curso moderno para os ginásios. Companhia Editora Nacional, 1969. 4o volume.
- Soares, F. S. Movimento da Matemática Moderna no Brasil: Avanço ou Retrocesso? Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2001.

- Souza, G. L. D. Três décadas de Educação Matemática: um estudo de caso da baixada santista no período de 1953-1980. Dissertação de Mestrado – UNESP, Rio Claro, 1998.
- Stephan, A. M. Reflexão histórica sobre o Movimento da Matemática Moderna em Juiz de Fora. Dissertação de mestrado – Universidade Federal de Juiz de Fora, 2000.
- Vitti, C. M. Movimento da Matemática Moderna: Memória, Vaias e Aplausos. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Metodista de Piracicaba, 1998.
- Valente, W. R. Mello e Souza e a Crítica aos Livros Didáticos de Matemática: demolindo concorrentes, construindo Malba Tahan. In: Revista Brasileira de História da Matemática, vol. 4, no 8, 2004.

**Maria Célia Leme da Silva**

[celials@pucsp.br](mailto:celials@pucsp.br)

GHEMAT – Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática

PUCSP - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Brasil