

Aprendizaje inicial de la división en un estudiante con TEA mediante la metodología CRA

Patricia Alexandra García de la Paz.

Fecha de recepción: 18-11-2025
 Fecha de aceptación: 26-12-2025

Resumen <p>El presente estudio se ha desarrollado para la enseñanza de la división a un estudiante con Trastorno del Espectro Autista (TEA). Para ello, se ha llevado a cabo una investigación mediante la resolución de problemas aritméticos verbales de división partitiva, con la participación de un alumno de ocho años diagnosticado con TEA en un colegio ordinario. Además, se detallan la metodología seguida, los resultados obtenidos y las conclusiones correspondientes. A pesar de los diferentes obstáculos encontrados, los resultados muestran una evolución significativa del alumno a lo largo de las sesiones, lo que muestra la eficacia de la metodología utilizada.</p> <p>Palabras clave: Trastorno del Espectro Autista, resolución de problemas aritméticos y metodología CRA.</p>
Abstract <p>This study was conducted to teach division to a student with Autism Spectrum Disorder (ASD). For this purpose, research was carried out through the resolution of verbal arithmetic problems involving partitive division, with the participation of an eight-year-old student diagnosed with ASD in a mainstream school. Additionally, the methodology followed, the results obtained, and the corresponding conclusions are presented. Despite the various challenges encountered, the results show a significant progression of the student throughout the sessions, showing the effectiveness of the methodology employed.</p> <p>Keywords: Autism Spectrum Disorder (ASD), resolution of arithmetic problems and CRA methodology.</p>
Resumo <p>O presente estudo foi desenvolvido para o ensino da divisão a um aluno com Transtorno do Espectro Autista (TEA). Para isso, foi realizada uma investigação através da resolução de problemas aritméticos verbais de divisão partitiva, com a participação de um aluno de oito anos diagnosticado com TEA numa escola regular. Além disso, são detalhados a metodologia seguida, os resultados obtidos e as conclusões correspondentes. Apesar dos diferentes obstáculos encontrados, os resultados mostram uma evolução significativa do aluno ao longo das sessões, o que demonstra a eficácia da metodologia utilizada.</p>

Palavras-chave: Transtorno do Espectro Autista, resolución de problemas aritméticos e metodología CRA.

1. Introducción

La competencia matemática temprana es el conjunto de habilidades y conocimientos matemáticos que los niños y niñas desarrollan durante los primeros años de vida, siendo estas fundamentales para su futuro aprendizaje y desarrollo matemático. Algunos de los componentes de dicha competencia son el conteo, la comparación de cantidades, el reconocimiento de números y los conceptos espaciales y geométricos, entre otros (Baroody y Dowker, 2003).

En el caso del alumnado Trastorno del Espectro Autista (TEA), distintos trabajos ponen de manifiesto que, con frecuencia muestran más dificultades que sus compañeros de desarrollo típico. Por ejemplo, Barnett y Cleary (2015) analizan el rendimiento temprano en niños y niñas con TEA y concluyen que la mayoría presenta dificultades en áreas como la comprensión del valor posicional, la resolución de problemas y el razonamiento matemático abstracto. No obstante, también muestran fortalezas en habilidades de cálculo y memoria numérica.

Con el fin de que el alumnado con TEA pueda alcanzar un adecuado desarrollo en las competencias matemáticas tempranas, se subraya la necesidad de una atención personalizada y de estrategias de enseñanza específicas. En esta línea, el presente artículo aborda el aprendizaje de la división por parte de un estudiante con TEA mediante una metodología Concreto–Representacional–Abstracta.

2. Marco teórico

En este apartado se presenta una revisión bibliográfica acerca de la competencia matemática en relación con el Test de Competencia Matemática Temprana (TEMA-3; Ginsburg y Baroody, 2007), así como sobre la aplicación de dicho instrumento en niños y niñas con necesidades educativas especiales. Asimismo, se abordan diversos estudios relativos a la resolución de problemas aritméticos en niños y niñas con Trastorno del Espectro Autista (TEA), en los cuales se analizan diferentes métodos orientados al aprendizaje general de este alumnado.

2.1. Competencia matemática temprana en alumnado con TEA. Test TEMA-3.

Una de las principales razones para evaluar al alumnado es detectar a aquellos cuyo rendimiento no se equipara al nivel ordinario. El TEMA-3 cumple con este propósito al proporcionar información sobre los aspectos informales y formales de las matemáticas. Esto resulta fundamental, ya que las habilidades matemáticas informales sientan las bases para el aprendizaje escolar posterior. Además, el TEMA-3 requiere una cantidad mínima de lectura por parte de los niños y niñas, lo que evita que las dificultades en esta área afecten los resultados de la evaluación de su competencia matemática. En ocasiones, también es necesario identificar a los

estudiantes con habilidades matemáticas avanzadas, y el TEMA-3 puede ser útil para reconocer a aquellos cuyo potencial no se ha evidenciado en el aula (Ginsburg y Baroody, 2007).

El TEMA-3 puede emplearse para identificar tanto fortalezas como debilidades en aspectos específicos del conocimiento matemático. Por ello, su capacidad para detectar fortalezas inesperadas en la habilidad matemática informal de estudiantes con un rendimiento académico relativamente bajo resulta especialmente relevante (Ginsburg y Baroody, 2007).

Fernández-Cobos y Polo-Blanco (2024) realizaron un estudio en el que utilizaron el Test TEMA-3 como herramienta para evaluar la competencia matemática temprana en 15 niños y 2 niñas con autismo. Los objetivos del estudio fueron tres: en primer lugar, comprobar si existían diferencias en las competencias matemáticas entre alumnos y alumnas con y sin TEA; en segundo lugar, analizar si el rendimiento en competencias matemáticas variaba en función de la edad; y, por último, determinar si los estudiantes con TEA presentaban más dificultades en el conocimiento formal o en el informal.

Como resultado de dicho estudio, las autoras encontraron que el alumnado con TEA presentaba más dificultades que el alumnado sin TEA. Además, observaron que, a medida que aumentaba el nivel educativo, las dificultades del alumnado con TEA se acentuaban. Finalmente, concluyeron que estas dificultades se concentraban principalmente en las competencias matemáticas informales, mientras que las competencias formales no mostraban diferencias significativas hasta el cuarto curso de educación primaria.

Evaluar a estudiantes con discapacidad intelectual o dificultades de aprendizaje representa un desafío, ya que requiere instrumentos adecuados que permitan comprender sus habilidades y adaptar la enseñanza de forma eficaz (Baroody, 2001). El TEMA-3 posibilita la evaluación de las habilidades aritméticas sin que influyan factores externos como la lectura o la escritura, proporcionando una descripción detallada del desarrollo matemático y facilitando la comprensión de las dificultades de los estudiantes. Este alumnado suele presentar un desarrollo matemático desigual, por lo que resulta clave analizar sus errores y estrategias para comprender sus dificultades y su relación con el funcionamiento cognitivo. Además, tienden a mostrar problemas de planificación, flexibilidad y aplicación de estrategias aritméticas, lo que repercute en su competencia matemática en distintos niveles (Ginsburg y Baroody, 2007).

Según Ginsburg y Baroody (2007), las habilidades informales en matemáticas de los alumnos con discapacidad intelectual o dificultades de aprendizaje incluyen la numeración, la comparación de cantidades y el cálculo informal. La numeración comprende la secuencia básica, que suelen adquirir sin grandes dificultades; las tareas de enumeración, donde presentan problemas al contar conjuntos superiores a diez elementos; y la secuencia avanzada, cuyo desarrollo suele ser tardío, especialmente con números mayores de cien. En la comparación de cantidades, su comprensión del orden numérico evoluciona lentamente y su desempeño es inestable, aunque mejora con apoyo contextual. Por último, en el cálculo informal pueden realizar sumas y restas simples con apoyo manipulativo, pero presentan dificultades con cantidades mayores, con la visualización de operaciones y con la flexibilidad en el uso de estrategias de conteo.

Por otro lado, las habilidades formales en matemáticas abarcan los convencionalismos, los hechos numéricos, el cálculo formal y la comprensión del sistema numérico decimal. Los convencionalismos evalúan la capacidad para leer y escribir números, ámbito en el que los alumnos con discapacidad intelectual muestran dificultades con cantidades superiores a cien o con ceros intermedios. En los hechos numéricos, suelen tener problemas para memorizar resultados de operaciones básicas debido a déficits de memoria y razonamiento. En el cálculo formal, presentan dificultades con la suma y la resta, especialmente en la comprensión del acarreo y la conexión entre el algoritmo y el concepto de operación. Finalmente, la comprensión del sistema numérico decimal les resulta compleja, aunque algunos estudiantes muestran destrezas destacadas en el manejo de múltiplos de diez (Ginsburg y Baroody, 2007).

2.2. Resolución de problemas aritméticos verbales.

Según Orrantia (2003), resolver un problema matemático comienza con la interpretación de un texto y culmina con la ejecución de una operación que conduce a una solución numérica. En esta línea, Guzmán (1994) señala que un problema matemático se convierte en un desafío cuando plantea una situación que no puede resolverse de inmediato utilizando los conocimientos disponibles. En estos casos, el alumno o la alumna debe analizarlo detenidamente, reflexionar sobre él, relacionarlo con sus propias experiencias, manipularlo, representarlo visualmente o incluso dramatizarlo para poder abordar las operaciones lógico-matemáticas necesarias que conduzcan a una solución.

Existen dos tipos de problemas aritméticos verbales de una etapa: los de estructura aditiva, que se resuelven mediante operaciones de suma o resta, y los de estructura multiplicativa, que implican operaciones de multiplicación o división (Puig, 2014). Peled y Nesher (1988) proponen una clasificación de los problemas de estructura multiplicativa en tres categorías: (1) razón, (2) comparación y (3) producto cartesiano. Los problemas de razón implican una proporción simple entre cantidades y se resuelven mediante división, hallando el número de partes. Los problemas de comparación trabajan con dos conjuntos: se recurre a la multiplicación cuando se conoce el conjunto menor y el número de veces que se repite, y a la división cuando se comparan tamaños de conjuntos. Finalmente, los problemas de producto cartesiano combinan dos conjuntos y requieren multiplicación o división según los datos conocidos y la incógnita que deba determinarse.

Los problemas de razón se caracterizan por la existencia de una proporción simple en la que se conoce el valor total de un conjunto y el valor correspondiente a una de sus partes. La incógnita a determinar es cuántas partes componen el total. Dependiendo de la posición de la incógnita, el problema puede resolverse mediante multiplicación —por ejemplo: “Un autobús escolar transporta 28 estudiantes en un viaje. Si hay 5 autobuses idénticos, ¿cuántos estudiantes hay en total?”— o mediante división, donde se distinguen dos tipos: los de división por agrupamiento y los de división por reparto. En los problemas de división por agrupamiento, el número de recipientes es desconocido (por ejemplo: “Tenemos 24 naranjas y queremos poner cuatro naranjas en cada caja. ¿Cuántas cajas necesitamos?”). En cambio, en los problemas de división por reparto, lo desconocido es la cantidad de objetos que contendrá cada recipiente (por ejemplo: “Tenemos 24 naranjas y

queremos distribuirlas en seis cajas. ¿Cuántas naranjas hay en cada caja?") (Fishbein et al., 1985).

Correa et al. (1998) establecen que la estructura fundamental de la división partitiva implica dividir una cantidad en partes iguales, de modo que cada una represente adecuadamente al conjunto completo. En consecuencia, para resolver correctamente un problema de división partitiva, los estudiantes deben, en primer lugar, distribuir el número total de objetos (dividendo) en partes iguales (divisor); en segundo lugar, hacerlo de manera equitativa; y, finalmente, comprender que cada parte en la que se han dividido los objetos es representativa del resto y constituye la solución al problema planteado.

2.3. Estrategias y representaciones de resolución de problemas de división de reparto.

Mulligan (1992) considera tres estrategias de resolución de problemas: (1) el modelado directo con conteo, (2) el conteo sin modelado directo y (3) los hechos conocidos. En la primera de ellas se utilizan objetos o dibujos concretos para representar la acción descrita en el problema. Los estudiantes forman conjuntos con la cantidad indicada y encuentran la solución contando. Dentro de este nivel se pueden emplear distintas estrategias. En el caso de los problemas de división de reparto, la primera estrategia es el reparto uno a uno, en la que el estudiante distribuye los objetos uno por uno en los recipientes y, al final, cuenta cuántos hay en cada uno. La segunda estrategia se denomina reparto por múltiplos, donde el alumno o la alumna asigna una cantidad de objetos a cada recipiente y luego verifica que todos los objetos hayan sido utilizados. Si no es así, repite el proceso con una nueva estimación de la cantidad de objetos. Por último, el reparto por ensayo y error consiste en distribuir los objetos al azar entre los recipientes y luego ajustar el tamaño de cada grupo hasta lograr la igualdad.

En cuanto al conteo sin modelado directo, se llevan a cabo las mismas acciones que en el nivel anterior, pero sin utilizar objetos concretos. En su lugar, se desarrollan los aspectos verbales, los procesos de resolución y la visualización del problema. Por último, cuando se trata de los hechos conocidos, se realizan operaciones mentales de suma o resta repetitiva, o de multiplicación, para llegar al resultado de la división (Mulligan, 1992).

Por otro lado, Hegarty y Kozhevnikov (1999) distinguieron dos formas en las que los estudiantes de 12 años con desarrollo típico representan los problemas al intentar resolverlos. Identificaron las representaciones esquemáticas, que consisten en líneas, puntos y otros elementos abstractos que resaltan las relaciones espaciales relevantes descritas en el problema. También distinguieron las representaciones pictóricas, que presentan una apariencia más realista de los objetos o personajes involucrados, incluyendo detalles que no son necesarios para resolver el problema. Según sus hallazgos, los estudiantes que utilizaban representaciones esquemáticas tendían a tener más éxito en la resolución de problemas, en contraste con aquellos que se inclinaban por representaciones pictóricas. Por lo tanto, en adelante se usará esta terminología para describir el tipo de representación utilizada por el estudiante en el estudio.

Las representaciones pictóricas pueden ser muy detalladas o poco detalladas. Así lo reflejan Polo-Blanco et al. (2018) en su estudio realizado con un niño con TEA de 11 años, quien mostraba una marcada predisposición por los detalles en sus dibujos, lo que en algunos casos hacía que su atención se desviara de los datos y preguntas del problema, dificultando la resolución. Este resultado coincide con lo señalado por Booth et al. (2003), quienes afirman que las personas dentro del espectro autista suelen mostrar una especial atención y gusto por los detalles en los dibujos.

2.4. Aprendizaje matemático en alumnado TEA.

El *Manual Diagnóstico y Estadístico de los Trastornos Mentales*, Quinta Edición (DSM-5; AAP, 2013), describe el Trastorno del Espectro Autista (TEA) como una condición de origen neurobiológico que comienza en la infancia y afecta al desarrollo de la comunicación social y de la conducta. Se caracteriza por la presencia de comportamientos restringidos y repetitivos, así como por deficiencias persistentes en la comunicación e interacción social. Los síntomas suelen manifestarse en las primeras etapas del desarrollo y pueden variar en su intensidad, nivel de adaptación funcional y desarrollo intelectual según el individuo y su contexto.

Asimismo, el DSM-5 (AAP, 2013) introduce tres niveles de gravedad tanto para los síntomas de la comunicación social como para los comportamientos restringidos y repetitivos, los cuales se detallan en la siguiente tabla.

El DSM-5 (AAP, 2013) clasifica el TEA en diferentes niveles de gravedad, con el fin de reflejar la intensidad del apoyo que la persona necesita en su vida diaria. Se establecen tres grados principales: El Grado 3 corresponde a los casos que requieren *una ayuda muy notable*. En este nivel, la comunicación social es mínima o inexistente y se observan importantes inflexibilidades conductuales, así como grandes dificultades para afrontar cambios o modificar el foco de atención. El Grado 2 implica *una necesidad de ayuda notable*. Las personas en este nivel presentan una comunicación limitada, con respuestas reducidas o poco elaboradas. La inflexibilidad y las dificultades para adaptarse a los cambios suelen interferir de manera frecuente en su funcionamiento cotidiano. El Grado 1 hace referencia a los casos que requieren *ayuda leve o moderada*. En este nivel se aprecian alteraciones significativas en la comunicación social, aunque el individuo es capaz de mantener cierto grado de autonomía.

Además, el DSM-5 contempla la existencia de síntomas subclínicos, en los cuales se observan algunas dificultades en la comunicación social o intereses inusuales o excesivos, pero que no llegan a interferir de manera significativa en la vida diaria. Finalmente, también se reconoce un grupo de personas dentro de la normalidad, que pueden mostrar comportamientos peculiares o aislados, sin que ello afecte su funcionamiento social o adaptativo (Hervás Zuñiga et al., 2017).

Hart y Cleary (2015, citado por Polo-Blanco et al., 2019) afirman que ciertos rasgos cognitivos de los estudiantes con TEA dificultan la resolución de problemas matemáticos. Entre estos se incluyen posibles dificultades en la comprensión del

vocabulario o de la situación planteada en el problema, lo que puede complicar la identificación de la operación aritmética necesaria. Además, es frecuente que presenten un bajo perfil en funciones ejecutivas, como la planificación, organización, control de impulsos y memoria de trabajo, lo que puede dificultar la ejecución de las acciones requeridas para resolver los problemas.

En relación con la resolución de problemas de estructura multiplicativa, Polo-Blanco et al. (2019) presentan un estudio sobre estrategias informales de resolución de problemas de estructura multiplicativa de razón de división de reparto en un alumno de 11 años con TEA y discapacidad intelectual, durante un proceso de instrucción basado en la metodología CRA. Los resultados muestran una mejora en el desempeño del estudiante, con una preferencia por las estrategias de reparto uno a uno. Los autores destacan que, cuando se equiparan los coeficientes intelectuales, la mayoría de los alumnos y alumnas diagnosticados con TEA presentan un desempeño académico inferior al de los estudiantes con desarrollo típico.

En cuanto a la resolución de problemas aritméticos verbales, Polo-Blanco et al. (2018), basándose en conclusiones de varios autores, describen las estrategias que emplea el estudiante y extrapolan estas conclusiones a estudiantes con TEA. A menudo, estos presentan una coherencia central débil, lo que significa que tienden a centrarse más en los detalles que en el conjunto. Como resultado de dicha investigación, se observó que el alumno mostraba una propensión al detalle en las representaciones gráficas, lo que desviaba su atención de los datos y preguntas del problema, afectando así la resolución de los mismos. Por ello, los autores concluyen que la sencillez de los enunciados favorece la representación y resolución de problemas aritméticos verbales en alumnado con TEA.

2.5. Metodologías de aprendizaje en alumnado TEA.

Varios estudios han evaluado la eficacia de metodologías para la enseñanza de las matemáticas en niños y niñas con Trastorno del Espectro Autista. Según Fernández-Cobos et al. (2024), en la enseñanza de la resolución de problemas aritméticos, las estrategias diseñadas para ayudar a los estudiantes con TEA a comprender el enunciado de dichos problemas se basan en la estructuración de la redacción, la atención al lenguaje y la utilización de vocabulario o contextos familiares. Además, estas estrategias se centran en la comprensión conceptual de los problemas mediante diagramas o esquemas, diferenciando entre distintos tipos de problemas según su estructura o la posición de la incógnita. Finalmente, se orientan a la resolución procedural del problema, siguiendo instrucciones explícitas y sistemáticas, comenzando con un modelado por parte del profesor, pasando a la práctica guiada y culminando con la práctica independiente.

A continuación, se detalla una de estas metodologías que ha sido tomada como referencia en este trabajo.

2.5.1. Método CRA

El método CRA (Concreta-Representacional-Abstracta) se basa en la aplicación de tres fases progresivas para el aprendizaje de conceptos matemáticos. En la fase concreta, los estudiantes manipulan objetos físicos para resolver problemas, lo que les permite asociar visualmente la operación con elementos

tangibles. En la fase representacional, se emplean imágenes y diagramas que sustituyen a los objetos físicos, facilitando la transición hacia una comprensión más abstracta. Finalmente, en la fase abstracta, los estudiantes trabajan directamente con números, símbolos y operaciones matemáticas, aplicando lo aprendido en las etapas previas. Este enfoque, ampliamente utilizado en la educación matemática, ha demostrado ser especialmente beneficioso para estudiantes con necesidades educativas especiales, siempre que la instrucción se adapte de manera personalizada a cada alumno y situación (Polo-Blanco et al., 2020).

Estas etapas, reconocidas en educación matemática, resultan particularmente beneficiosas para estudiantes con necesidades específicas de apoyo educativo. Por ello, es esencial adaptar la instrucción a cada estudiante en todas las fases, ajustando el material y las representaciones según sea necesario, y dedicando el tiempo adecuado a cada etapa del proceso de aprendizaje. Estas estrategias se han aplicado con éxito en alumnado con TEA para el aprendizaje de conceptos matemáticos tempranos como la cardinalidad. Un ejemplo de ello se encuentra en un estudio realizado por Goñi-Cervera et al. (2024), cuyo objetivo fue evaluar la eficacia de la secuencia CRA en la enseñanza del principio de cardinalidad a tres niños en edad preescolar con TEA. Como resultado, la secuencia CRA permitió avanzar de tareas concretas a abstractas, mejorando la habilidad de los estudiantes para determinar la cardinalidad de una colección de hasta cinco objetos, y cada niño mostró un progreso individual en su conocimiento numérico inicial.

Otro estudio, realizado por Flores y Hinton (2022), empleó instrucción explícita mediante el método CRA con dos estudiantes de primaria con trastornos emocionales y de conducta. En el primer caso, el estudiante presentaba retrasos en el desarrollo del lenguaje y emocional; la utilización del CRA proporcionó apoyo a sus necesidades receptivas y expresivas, permitiéndole participar en la instrucción aprovechando sus áreas de fortaleza, como el uso de modelos, objetos físicos e imágenes. En el segundo caso, el CRA desglosó tareas complejas en partes más pequeñas y con múltiples representaciones, abordando algunas de sus deficiencias en la comprensión previa, lo que permitió que un estándar riguroso de matemáticas fuera accesible.

Asimismo, se ha demostrado que las estrategias del método CRA son eficaces en la resolución de problemas aritméticos verbales de división. Polo-Blanco et al. (2019) presentan un estudio con un estudiante con TEA de 11 años en el contexto del aprendizaje de la división-reparto, utilizando una secuencia de enseñanza que incluía problemas con y sin material manipulativo. Los resultados indican que el uso de materiales manipulativos, como pictogramas, favorece la comprensión de los significados de palabras comunes en los problemas de división. Además, las acciones físicas y la guía en el movimiento de los objetos facilitan la conexión con vocabulario clave, como "cada", "igual" o "repartir".

3. Objetivos de la investigación

Esta investigación examina el aprendizaje inicial de la división en un estudiante con TEA a través de la resolución de problemas verbales de división partitiva, siguiendo una secuencia de instrucción basada en la metodología Concreta-Representacional-Abstracta (CRA).

Los objetivos específicos son los siguientes:

1. Evaluar la competencia matemática temprana del estudiante al inicio de la instrucción.
2. Describir las estrategias informales que el estudiante utiliza al resolver problemas de división de reparto durante las fases Concreta y Representacional de la instrucción CRA.
3. Analizar las representaciones que el estudiante emplea durante la fase Representacional de la instrucción CRA.

4. Metodología

Para dar respuesta a los objetivos de la investigación, se contó con la participación de un estudiante diagnosticado con TEA de ocho años, a quien, a partir de ahora, nos referiremos con el pseudónimo de Juan. Con este fin, el estudiante completó el TEMA-3 y posteriormente participó en una intervención basada en el método CRA.

Para el correcto desarrollo de las actividades, las instrucciones se presentaron en una hoja de trabajo que permitía al alumno marcar cada paso que realizaba, con el objetivo de generar hábito, seguridad y estructurar el proceso de resolución de problemas aritméticos. Como señalan Fernández-Cobos et al. (2024), la organización de los problemas en una hoja de trabajo, complementada con una guía de actuación, facilita la superación de dificultades relacionadas con las funciones ejecutivas. Esta hoja de trabajo podía incluir espacios diferenciados para el enunciado del problema (expresado con o sin pictogramas), el esquema o diagrama, la operación seleccionada y la ejecución correspondiente.

4.1. Participante

Las características del estudiante son las siguientes. Juan (pseudónimo) es un varón de 8 años y 2 meses. A los 4 años presentó un retraso en la articulación de fonemas, evaluado mediante el PLON (Prueba de Lenguaje Oral Navarra). A los 6 años, fue diagnosticado con TEA por un neurólogo. Asimismo, en la realización de la prueba BADyG-I (Batería de Aptitudes Diferenciales y Generales), obtuvo resultados variables según la categoría evaluada (grafomotriz, percepción auditiva, concepto numérico, entre otras), situándose generalmente en un nivel medio-alto, concluyendo finalmente que su Capacidad Intelectual General es alta.

Juan está escolarizado en un centro ordinario concertado en la comunidad de Cantabria, cursa segundo de Educación Primaria y recibe apoyo tres veces por semana en el centro y diariamente en el hogar. Actualmente presenta un retraso notable en el lenguaje expresivo, especialmente en la pronunciación de la “r”, así como signos claros de TEA en las relaciones interpersonales y en sus comportamientos diarios.

A pesar de que Juan no mostró desfase en la competencia matemática según el TEMA-3, presentaba dificultades para identificar la operación matemática requerida en la resolución de problemas aritméticos verbales, lo que coincide con lo señalado por AAP (2013, citado por Polo-Blanco et al., 2024), quienes indican que los alumnos con TEA suelen presentar dificultades en la comprensión del lenguaje.

4.2. Método de investigación

Se adoptó un diseño de investigación de tipo exploratorio, orientado a abordar los objetivos planteados. En primer lugar, se aplicó de manera individual el Test de Competencia Matemática Básica TEMA-3, con el fin de evaluar el conocimiento matemático inicial del participante. Posteriormente, el estudiante participó en sesiones progresivas de resolución de problemas aritméticos verbales siguiendo la metodología CRA (Concreta-Representacional-Abstracta). Todas las actividades se llevaron a cabo en un aula aislada del centro escolar, sin distracciones y dentro del horario escolar, garantizando condiciones óptimas para la observación y registro del desempeño del estudiante.

Se obtuvo previamente la autorización correspondiente del centro escolar, de los padres del estudiante y del propio alumno para su participación y la grabación en video de las sesiones.

4.2.1. Test de Competencia Matemática Básica TEMA-3 y resolución de problemas aritméticos

Se llevó a cabo una sesión inicial en la que se evaluó la competencia matemática temprana mediante el TEMA-3 (Ginsburg y Baroody, 2007), con una duración aproximada de 25 minutos.

En la segunda sesión, el estudiante realizó un pretest, denominado en adelante Pretest 1, para evaluar sus conocimientos en operaciones matemáticas básicas (suma, resta, multiplicación y división) y en problemas aritméticos verbales, incluyendo problemas de suma, resta, reparto y multiplicativos. En total, se administraron 30 operaciones (10 restas, 6 sumas, 6 multiplicaciones y 8 divisiones), todas correctas, y 9 problemas aritméticos verbales: 6 de estructura aditiva (cambio, comparación y combinación; 3 de suma y 3 de resta), 1 de estructura multiplicativa y 2 de estructura de división.

El estudiante resolvió correctamente los problemas aritméticos aditivos, de substracción y el de tipo multiplicativo; sin embargo, presentó dificultades con el problema aritmético de división (ver figura 5), el cual resolvió incorrectamente mediante una multiplicación. Este resultado motivó centrar el estudio en problemas aritméticos de división.

Las nueve sesiones siguientes se desarrollaron utilizando la metodología CRA, abordando en cada sesión entre dos y cuatro problemas aritméticos verbales de razón, tanto multiplicativos como de división de reparto. Cada sesión incluyó distintas fases de participación del estudiante, algunas con instrucciones y ayudas, y otras de manera individual, según la evolución observada. Estas fases se organizaron en tres niveles: modelización, guía y test.

4.2.2. CRA (concreta-representacional-abstracta)

Para trabajar con la metodología CRA, las sesiones se llevaron a cabo en un aula libre de distracciones del centro escolar, contando con todo el material

necesario: una hoja de pautas con los pasos a seguir para la resolución de problemas, el pictomaterial (fichas circulares y plantillas con cuadrantes de 2 a 8 según el divisor) y la hoja de trabajo con separación de enunciado, dibujo y operación, donde se encontraban los problemas aritméticos a resolver (ver Figura 1).

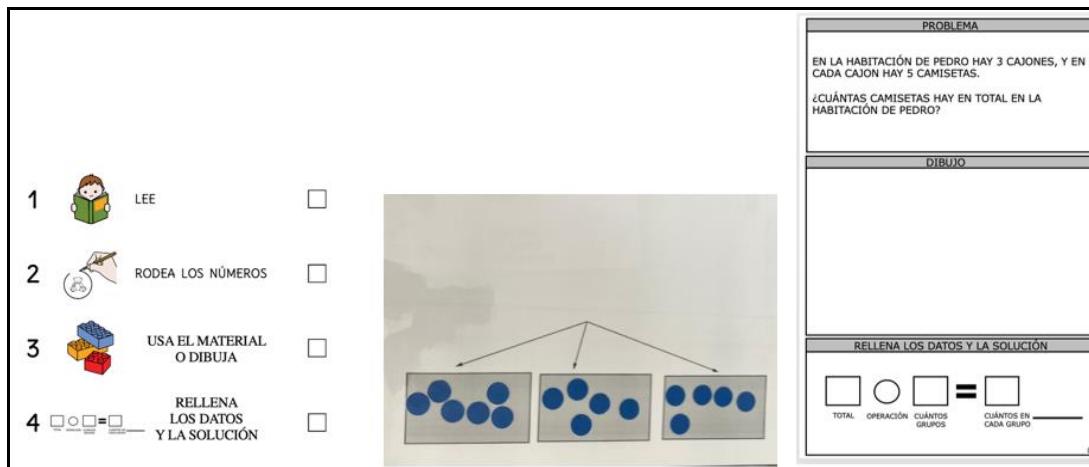


Figura 1. Hoja de pautas, fichas y plantillas con el número de cuadrantes según el divisor, y hoja de trabajo.

Todas las sesiones siguieron la misma estructura. Inicialmente, el estudiante resolvió únicamente problemas aritméticos de división de reparto; a partir de la cuarta sesión, también se incluyeron problemas aritméticos de carácter multiplicativo.

La fase de modelización consistió en que el instructor resolviera el problema siguiendo los pasos de la metodología CRA, sirviendo como modelo para que el alumno comprendiera el proceso de resolución. En la fase de guía, el estudiante aplicaba el método de manera individual, recibiendo apoyo o correcciones del instructor solo cuando era necesario. Finalmente, en la fase de test, el alumno resolvía el problema de manera completamente independiente, sin instrucciones ni ayuda, permitiendo observar su progreso.

Dado que Juan ya mostraba conocimiento en la resolución de problemas de multiplicación de razón, la instrucción se centró principalmente en problemas de reparto. La estructura de las sesiones se organizó de la siguiente manera: las primeras sesiones se dedicaron exclusivamente a problemas de división de reparto, comenzando con el Pretest 2. Una vez que el estudiante demostró comprensión de estos problemas, se añadieron problemas de multiplicación como medida de control. En los resultados se presentará el desempeño del estudiante específicamente en los problemas de división de reparto. A medida que Juan adquiría más autonomía, la fase de modelización se fue reduciendo progresivamente y pasó a ser una fase de guía.

La duración de cada sesión varió entre 15 y 30 minutos, dependiendo de factores como el número de problemas a realizar o el estado emocional y la predisposición del estudiante.

4.3. Análisis de datos

Con el fin de analizar los datos, se consideraron únicamente los resultados correspondientes a los test de división de reparto de todas las sesiones realizadas. Estos resultados se registraron en una única tabla. Además, se llevó a cabo un análisis cualitativo de las resoluciones con el objetivo de categorizar las estrategias utilizadas y los tipos de representaciones empleadas.

5. Resultados

En este apartado se presentan los resultados obtenidos por el estudiante en ambas pruebas. En primer lugar, se muestra una tabla con los resultados del TEMA-3, la cual resultó de gran utilidad para conocer los conocimientos matemáticos previos del alumno. Posteriormente, la Tabla 4 recoge los resultados de los test de problemas aritméticos verbales de división partitiva realizados durante la fase de test a lo largo de todas las sesiones. Estos resultados se acompañan de las estrategias y representaciones empleadas por el alumno en cada prueba, así como de los aciertos y errores correspondientes. Finalmente, se describen y analizan los casos más destacados, complementados con anexos.

5.1. Resultados TEMA-3

En la siguiente tabla (Tabla 2) se muestra se exponen los resultados que obtuvo el alumno en el TEMA-3 (Ginsburg y Baroody, 2007). En este análisis se muestra el total de ítems realizados, los correctos y el porcentaje de aciertos obtenidos, clasificado en pensamiento informal y formal, y dentro de cada uno, la categoría referida.

	Pensamiento Informal				Pensamiento Formal			
	N.	C.N.	C.	Cp.	Cnv.	H.N.	C.	Cp.
Nº de ítems correspondientes a su edad	22	6	5	4	8	6	6	3
Ítems correctos	22	5	3	4	8	7	5	0
Porcentaje de aciertos	100%	83,33%	60%	100%	100%	16,67%	83,33%	0%

Tabla 2. Resultados obtenidos en el TEMA-3.

Nota: N (numeración), C.N (comparación numérica), C (cálculo), Cp (Conceptos) Cnv (Convencionalismos), H.N (hechos numéricos).

Este test comenzó en el ítem 47, correspondiente a la edad del alumno. La puntuación directa obtenida por Juan fue de 61. A partir de este resultado, se puede inferir que su edad equivalente es de 8 años y 3 meses, correspondiendo a un nivel educativo equivalente a 3º de primaria.

Como se observa en la Tabla 2, el alumno presentó carencias tanto en los aspectos formales como informales, especialmente en el cálculo informal y en los conceptos formales. Un ejemplo de dificultad en el cálculo informal es que no resolvió correctamente los ítems 62 y 72, ambos consistentes en restas mentales. En cuanto a los conceptos formales, tuvo errores en ítems relacionados con las decenas en una centena, centenas en un millar, números mayores o menores de 1, 2 y 3 cifras, así como en la conmutatividad aditiva simbólica. Por el contrario, destacó de manera notable en las categorías de numeración, convencionalismos y hechos numéricos.

5.2. Resultados metodología CRA em la resolución de problemas de división partitiva

A continuación, se presentan las características de las estrategias empleadas por el alumno y el tipo de resolución de problemas aritméticos verbales de división partitiva, utilizando el método CRA (Concreta-Representacional-Abstracta) y siguiendo sus tres etapas fundamentales.

Para el análisis se consideraron los tipos de estrategias de resolución de Mulligan (1992): (1) reparto uno a uno, (2) reparto por múltiplos y (3) reparto por ensayo y error. En este estudio, a lo largo de todas las sesiones, el estudiante únicamente utilizó los dos primeros tipos de estrategia (ver Tabla 3). Los diferentes tipos de estrategias de dibujo coinciden con las del material concreto: reparto uno a uno, reparto por múltiplos y reparto por ensayo y error. Además, se identificó un tipo de estrategia “parcial”, en la que el alumno representaba solo algunos de los términos de la división.

En la etapa representacional se distinguieron dos tipos de representaciones: pictóricas y esquemáticas. A lo largo de todas las sesiones, se observó el progreso del alumno, así como los errores cometidos en las tres etapas, lo cual se refleja en la tabla siguiente.

Sesión (operación)	Operación	Estrategia pictomaterial Reparto uno a uno (RUU), reparto por múltiplos (RM), ensayo y error (EE)	Estrategia dibujo	Representación dibujo Esquemática €, pictórica detallada (PD), pictórica no detallada (PND)	Respuesta (correcta / incorrecta)
Pretest 1	15:3	–	–	–	Incorrecta (45)
Prestest 2	20:4	RM (5)	RM (5)	E	Incorrecta (16)
S1 (Reparto)	15:3	RM (5)	Parcial	PD	Correcta
S2 (Reparto)	12:6	RM (2)	RUU	PD	Correcta

S3 (Reparto)	12:4	RUU	Parcial	PND	Correcta
S4 (Mezclados)	14:7	RM (14)	Parcial	PND	Incorrecta
S5 (Mezclados)	8:4	RUU	Parcial	PND	Correcta
S6 (Mezclados)	24:6	RUU	Parcial	PND	Correcta
S7 (Mezclados)	9:3	RUU	Parcial	PND	Correcta
S8 (Mezclados) En aula habitual	21:7	RUU	RM (3)	PND	Correcta
S9 (Mezclados) Sin material	14:7	—	RUU	PND	Correcta

Tabla 3. Resultados de sesiones de problemas aritméticos verbales de división partitiva.

La estrategia de reparto uno a uno en la etapa concreta fue la más utilizada por el alumno para resolver problemas aritméticos verbales de división partitiva. Sin embargo, comenzó a considerarla más confiable a partir de la tercera sesión.

En cuanto a las estrategias de dibujo, la mayoría fueron parciales; curiosamente, aquellos dibujos que no eran parciales no coincidieron con la estrategia del pictomaterial, excepto en una ocasión (sesión 2). Por último, en la etapa representacional, el alumno mostró preferencia por las representaciones pictóricas en la mayoría de los casos. Los detalles, sin embargo, fueron poco utilizados.

A continuación, se presenta el detalle de una selección de sesiones representativas que muestran el progreso del alumno.

En el Pretest 1, es relevante destacar que el alumno no utilizó ningún material pictórico ni recibió instrucciones. Como su nombre indica, se trató de un test en el que la observación directa permitió evaluar el nivel y las habilidades del alumno en la resolución de problemas aritméticos verbales de división partitiva. El enunciado de este test fue: “En clase hay 15 juguetes para repartir por igual entre varios niños.

Si a cada niño le han tocado 3 juguetes, ¿cuántos niños hay en clase?". Al no conocer las divisiones, pero sí las multiplicaciones, empleó la estrategia de operación inversa realizando una multiplicación (ver Figura 2, izquierda).

En el Pretest 2 (ver Figura 2, derecha), el alumno ya pudo utilizar los materiales necesarios para la resolución de problemas mediante el método CRA. Durante esta sesión, realizó todos los pasos correctamente. No obstante, al emplear el pictomaterial y después de aplicar la estrategia de reparto por múltiplos, decidió añadir cuatro fichas adicionales en una de las cajas justo antes de finalizar. Esta modificación provocó que el resultado final fuera incorrecto.

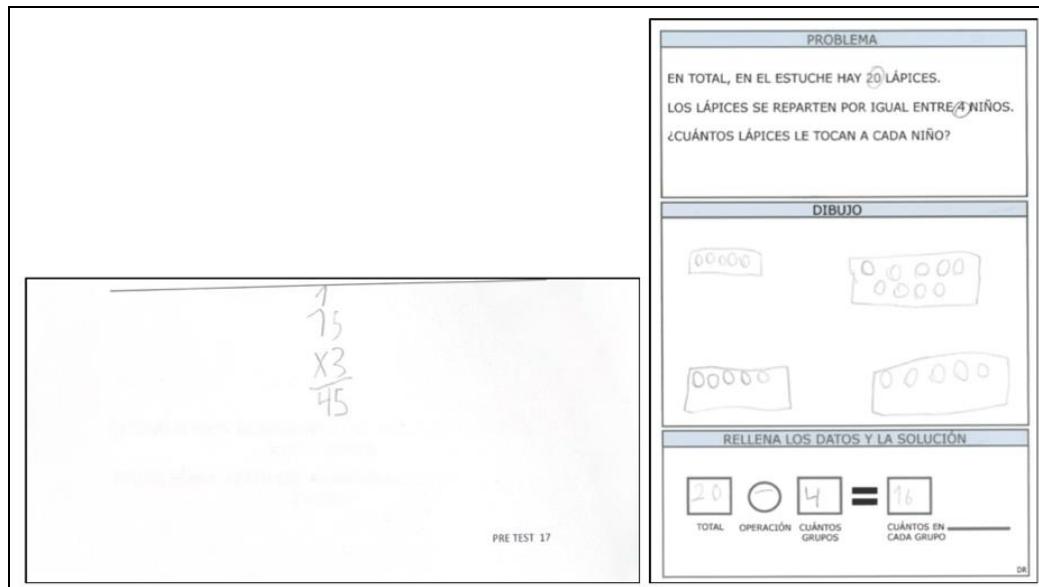


Figura 2. Resolución incorrecta del problema Nº 17 “pre test” mediante una estrategia de operación inversa (izquierda) y del problema “1” mediante una operación de resta (derecha) en el Pretest 1.

Durante las sesiones, como se mencionó anteriormente, en la fase representacional el alumno empleó estrategias de reparto con representaciones parciales. Un ejemplo de ello se observó en la Figura 3 (izquierda), donde representó únicamente el divisor (los perros). Aunque utilizó el reparto por múltiplos en el pictomaterial, el dibujo quedó parcial: dibujó tres figuras que representaban a los protagonistas del enunciado y realizó mentalmente el reparto de los objetos (en este caso, los huesos).

Hubo una única sesión en la que el alumno incorporó más detalles en la resolución del problema durante la fase representacional. Se trató de la sesión 2, en la que dibujó los detalles de los personajes principales del enunciado, en este caso las vacas (Figura 3, derecha). Sin embargo, no dibujó los objetos a repartir; en su lugar, indicó el número correspondiente a cada personaje, basándose en el pictomaterial previamente utilizado. Cabe destacar que el alumno mostró frustración durante la resolución del problema, expresó confusión y manifestó que era muy difícil, pero a pesar de ello logró resolverlo correctamente.

Figura 3. Resolución correcta del problema Nº4 durante la sesión 1 (fase representacional y abstracta) mediante una estrategia de reparto con representación parcial y del problema Nº7 durante la sesión 2 (fase representacional y abstracta) mediante la representación pictórica.

Fue de gran interés observar cómo, en la sesión 8, el alumno realizó el test en su aula habitual (ver Figura 4). Para esta sesión, la instructora estuvo presente únicamente para proporcionar el material necesario y observar sus estrategias. Resultó muy satisfactorio constatar que el alumno aplicaba correctamente todas las pautas aprendidas en sesiones anteriores. Primero leyó el enunciado, luego rodeó los números y, mientras tanto, iba marcando cada paso en la ficha de seguimiento. Además, utilizó el material distribuyendo los objetos de uno en uno

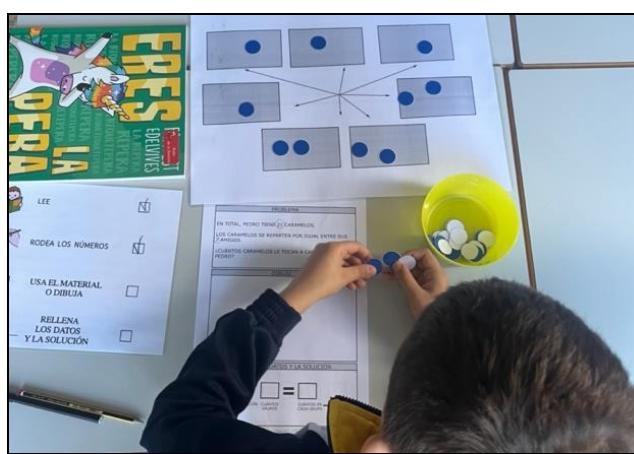


Figura 4. Resolución correcta del problema Nº27 durante la sesión 8 (fase concreta) mediante una estrategia de reparto uno a uno con pictomaterial.

Para finalizar, en la última sesión (ver Figura 5), el alumno se enfrentó por primera vez a la resolución de problemas sin ningún tipo de material. Comenzó

dibujando la representación del enunciado en el folio, pero pronto mostró signos de frustración. Posteriormente, sin recibir ninguna instrucción, decidió recrear en el papel el material que había utilizado en sesiones anteriores mediante la fase representacional. A partir de ahí, pudo seguir todos los pasos y resolver correctamente el problema, empleando la estrategia de reparto uno a uno.

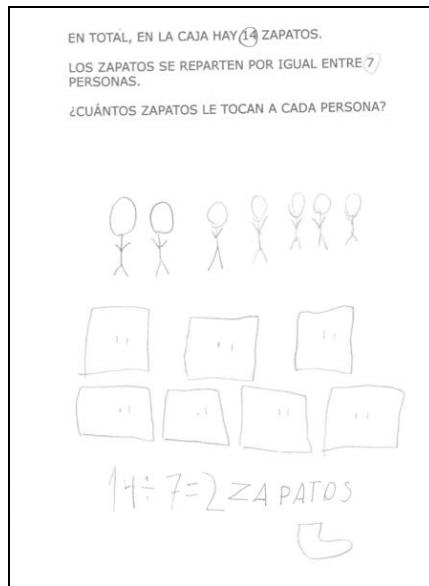


Figura 5. Resolución correcta del problema N°29 (Tabla 1) durante la sesión 9 (fase representacional y abstracta) mediante representación pictórica.

6. Discusión y conclusiones

En este trabajo se llevó a cabo una instrucción basada en la metodología CRA (concreta-representacional-abstracta) con el objetivo de analizar el aprendizaje inicial de la división en un estudiante con TEA, a través de la resolución de problemas aritméticos de división partitiva. Para ello, participó un alumno de segundo curso de primaria, de ocho años de edad, diagnosticado con TEA.

Al inicio, se realizaron pruebas previas. La primera tuvo como finalidad conocer su competencia matemática al comienzo de la instrucción, mediante el test TEMA-3, y adaptar el inicio de las sesiones a su nivel. La segunda prueba permitió observar sus habilidades de comprensión y resolución de problemas aritméticos.

Las sesiones se desarrollaron en el centro escolar, dentro del horario lectivo, en un aula aislada de distracciones. La experiencia resultó exitosa, pues el participante, a pesar de sus dificultades, mostró interés y una evolución notable en su aprendizaje de problemas aritméticos de división, gracias a su esfuerzo y a la metodología CRA.

Los resultados del TEMA-3 indicaron que su competencia matemática era superior a su curso académico, ya que, aunque el alumno cursaba segundo de primaria, su puntuación directa correspondía a un nivel de tercero de primaria. En particular, presentó carencias tanto en los aspectos informales como en los

formales. Según Ginsburg y Baroody (2007), los alumnos con dificultades en habilidades informales suelen enfrentar problemas en técnicas avanzadas de conteo, comparación de cantidades y cálculos mentales simples. En cuanto a las habilidades formales, el conocimiento de los hechos numéricos y la comprensión de los aspectos básicos del sistema numérico decimal suelen ser áreas de rendimiento bajo.

En relación con el objetivo principal de analizar el aprendizaje inicial de la división mediante problemas aritméticos verbales usando la metodología CRA, el alumno utilizó los tres procesos de resolución: (1) el pictomaterial, (2) la estrategia de dibujo y (3) la representación de dibujo. A pesar de emplear todas las estrategias, mostró predilección por el pictomaterial, mientras que en las estrategias de dibujo predominó la representación parcial.

Durante la fase concreta, el alumno comenzó utilizando la estrategia de reparto por múltiplos, pero posteriormente tuvo mayor éxito con el reparto uno a uno. En contraste, en el estudio de Polo-Blanco et al. (2019), un alumno de 11 años y 8 meses utilizó con mayor frecuencia el reparto por múltiplos; sin embargo, esta estrategia le llevaba a resultados incorrectos, mientras que el reparto uno a uno le permitió obtener resultados correctos de forma consistente.

En la fase representacional, el estudiante resolvió los problemas mediante dibujos generalmente parciales, completando la estrategia con cálculo mental. Esto puede deberse a que ya había resuelto el problema con el pictomaterial y mostraba poco interés por el dibujo. La representación de los dibujos fue casi siempre pictórica y poco detallada. Estos resultados son consistentes con los hallazgos de Polo-Blanco et al. (2019), quienes también observaron el uso predominante de reparto por múltiplos en la fase representacional.

Durante la fase abstracta, aunque el alumno resolvió correctamente operaciones de división en el pretest inicial, no identificaba la operación necesaria en el contexto de un problema. La instrucción con CRA le permitió adquirir esta habilidad, ya que las estrategias informales practicadas en las fases concreta y representacional facilitaron la identificación correcta de la operación durante la fase abstracta.

La evolución del estudiante a lo largo de todas las sesiones constituyó un proceso enriquecedor para su aprendizaje de la resolución de problemas aritméticos verbales de división partitiva. Logró superar dificultades, controlar frustraciones y resolver la mayoría de los problemas correctamente. Además, siguió de manera satisfactoria la metodología CRA, adaptada a sus características y necesidades, en línea con estudios previos, como el de Polo-Blanco et al. (2019).

Se destaca la importancia de diseñar y aplicar instrucciones adaptadas y validadas para alumnado con características similares, en las que se pueda observar de manera sistemática la evolución de las estrategias y representaciones utilizadas. Este enfoque permite apoyar a los estudiantes en la construcción de significados de las operaciones matemáticas, facilitando la transición hacia estrategias más abstractas basadas en algoritmos y procedimientos formales. Dada la dificultad frecuente que presenta este alumnado en el aprendizaje matemático, y en particular en el desarrollo de competencias matemáticas tempranas (Fernández-

Cobos et al., en prensa), resulta fundamental implementar intervenciones individualizadas y estructuradas que fomenten su progreso y promuevan la autonomía en la resolución de problemas.

Para finalizar, se le agradece a Irene Polo Blanco su valiosa ayuda, supervisión y acompañamiento durante el proceso de la investigación, pues contribuyó de manera decisiva a la calidad y rigor del trabajo realizado.

7. Referencias bibliográficas

- American Psychiatric Association. (2013). *Manual diagnóstico y estadístico de los trastornos mentales* (5.^a ed.; DSM-5). Editorial Médica Panamericana.
- Baroody, A. J., & Dowker, A. (Eds.). (2003). *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Barnett, J. H., & Cleary, S. L. (2015). Early numeracy performance of young children with autism spectrum disorder. *Journal of Early Intervention*, 37(4), 239–257.
- De Guzmán, M. (1994). *Para pensar mejor: Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos*. Editorial Pirámide.
- Fernández-Cobos, R., Polo-Blanco, I., & Bruno, A. (2024). Adaptaciones metodológicas para la enseñanza de resolución de problemas aritméticos a alumnado con autismo. *Epsilon - Revista de Educación Matemática*, 116, 53–62.
- Fernández-Cobos, R., & Polo-Blanco, I. (2024). Early math competence in students with autism. *Education and Training in Autism and Developmental Disabilities*, 59(2), 165–178.
- Fernández-Cobos, R., Polo-Blanco, I., Castroviejo, E., Juncal-Ruiz, M., & Vicente, A. (en prensa). What predicts early math in autism? A study of cognitive and linguistic factors. *Journal of Autism and Developmental Disorders*. <https://doi.org/10.1007/s10803-025-06726-x>
- Flores, M. M., & Hinton, V. M. (2022). Use the concrete-representational-abstract instructional sequence to improve mathematical outcomes for elementary students with EBD. *Beyond Behavior*, 31(1), 16–28. <https://doi.org/10.1177/10742956211072421>
- Ginsburg, H. P., & Baroody, A. J. (2007). *Test de competencia matemática básica*. TEA Ediciones.
- Goñi-Cervera, J., Polo-Blanco, I., Bruno, A., & Tregón, N. (en prensa). The concrete-representational-abstract sequence for the acquisition of the cardinal

principle in preschool children with autism. *International Journal of Developmental Disabilities*. <https://doi.org/10.1080/20473869.2024.2341195>

Hervás Zúñiga, A., Balmaña, N., & Salgado, M. (2017). Pediatría integral: Los trastornos del espectro autista (TEA). *Pediatría Integral*, 21(2), 92–108. <https://lc.cx/l7u9AX>

Mulligan, J. (1992). Children's solutions to partition problems. En B. Southwell, R. Perry, & K. Owens (Eds.), *Proceedings of the 15th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 410–420). MERGA. <https://lc.cx/1TTnWH>

Orrantia, J. (2003). The role of conceptual knowledge in solving addition and subtraction word problems. *Journal for the Study of Education and Development*, 26(4), 451–468. <https://doi.org/10.1174/021037003322553842>

Peled, I., & Nesher, P. (1988). What children tell us about multiplication word problems. *The Journal of Mathematical Behavior*, 7(3), 239–262. <https://lc.cx/WKsp4V>

Polo-Blanco, I., Bruno, A., González, M. J., & Olivera, B. (2018). Estrategias y representaciones en la resolución de problemas aritméticos de división en estudiantes con trastorno del espectro autista: Un estudio de caso. *Revista de Educación Inclusiva*, 11(2), 159–178.

Polo-Blanco, I., González, M. J., & Bruno, A. (2019). Estudio exploratorio sobre estrategias y errores en un estudiante con trastorno del espectro autista al resolver problemas de división partitiva. *Brazilian Journal of Special Education*, 25(2), 247–264. <https://doi.org/10.1590/s1413-65382519000200005>

Puig, L. (2014). El texto “Acerca del carácter aritmético o algebraico de los problemas verbales”, veintitrés años después. *Resolver problemas: Estudios en memoria de Fernando Cerdán*, 3, 35.

Este artículo es original, no ha sido publicado previamente y no se encuentra en proceso de revisión en ninguna otra revista. Asimismo, se manifiesta que no existe ningún conflicto de intereses relacionado con la realización o publicación de este trabajo.