

Cuadrados mágicos, preguntas y aprendizajes

Uldarico Malaspina

Resumen	<p>En este artículo se presenta una manera de usar la indagación como estrategia para estimular el pensamiento matemático, en el marco de los cuadrados mágicos. Mediante la formulación de preguntas y la creación y resolución de problemas, se promueve la exploración de regularidades y la elaboración de conjeturas que favorecen la articulación de diversos conceptos matemáticos. El enfoque propuesto destaca el potencial de los cuadrados mágicos como un entorno rico para el diseño de experiencias de aprendizaje centradas en la indagación, aplicables en distintos niveles educativos.</p> <p><i>Palabras clave:</i> Cuadrados mágicos; indagación; creación y resolución de problemas; conjetura; pensamiento matemático.</p>
Abstract	<p>This article presents a way of using inquiry as a strategy for stimulating mathematical thinking within the context of magic squares. By formulating questions and posing and solving problems, the approach promotes the exploration of regularities and conjectures that favour the articulation of various mathematical concepts. The proposed approach highlights the potential of magic squares as a rich environment for designing inquiry-based learning experiences that could be applied at different educational levels.</p> <p><i>Keywords:</i> Magic squares; inquiry; problem posing and problem solving; conjecture; mathematical thinking.</p>
Resumo	<p>Este artigo apresenta uma maneira de usar a investigação como estratégia para estimular o pensamento matemático, no âmbito dos quadrados mágicos. Através da formulação de perguntas e da criação e resolução de problemas, promove-se a exploração de regularidades e de conjeturas que favorecem a articulação de diversos conceitos matemáticos. A abordagem proposta destaca o potencial dos quadrados mágicos como um ambiente rico para a concepção de experiências de aprendizagem centradas na investigação, aplicáveis em diferentes níveis educacionais.</p> <p><i>Palavras-chave:</i> Quadrados mágicos; investigação; criação e resolução de problemas; conjetura; pensamento matemático.</p>

El siguiente es un ejemplo de un “cuadrado mágico”

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Se llama así porque se muestran nueve números naturales ubicados – sin repetición – en una cuadrícula de igual número de filas y columnas y su “magia” está en que la suma de números en cada fila, en cada columna y en cada diagonal, siempre es la misma y se la conoce como “constante mágica” (en este caso, la constante mágica es 15). Un cuadrado mágico como este suele llamarse “cuadrado mágico básico, de orden 3”

Problema

Construir un cuadrado mágico de 9 casillas, que tenga solamente números impares.

Este fue uno de los problemas propuestos en uno de los grupos de trabajo en un taller de indagación y modelización matemática, para profesores en servicio, de educación primaria, que desarrollamos en Lima, como parte del programa de apoyo de la Academia Nacional de Ciencias al fortalecimiento de la formación docente.

En el curso-taller, propuse el tema de cuadrados mágicos como un medio para estimular aprendizajes de matemáticas basados en la indagación que, esencialmente es formular o formularse preguntas. Ciertamente, la curiosidad y la indagación van de la mano en las personas y suele sumársele el espíritu lúdico y la vivencia de emociones agradables. Seguramente todo esto estuvo muy presente en la creación de los cuadrados mágicos, cuyo origen se atribuye a la antigua China, alrededor del año 2000 a.C.

Como ya conocemos un cuadrado mágico, ingresemos al mágico mundo de las indagaciones; es decir, al mundo de las preguntas. Esta perspectiva abre muchas posibilidades de usar didácticamente los cuadrados mágicos en diversos niveles educativos y estimular el pensamiento matemático, más allá de “técnicas” que se difunden para armar cuadrados mágicos, que orientan más hacia la memorización de un algoritmo y no contribuyen a fortalecer el pensamiento matemático. Seguramente hay muchas preguntas que podemos formularnos en relación a los cuadrados mágicos. Algunas de ellas van a continuación, pensando, fundamentalmente, en quienes no han conocido anteriormente estos cuadrados:

- ¿Los números del cuadrado mágico básico de orden 3 pueden estar ubicados de otra forma?
- ¿Los números de un cuadrado mágico de orden 3 pueden ser diferentes al conjunto de los números naturales del 1 al 9?
- ¿En el cuadrado mágico básico, el número del centro siempre tiene que ser 5? ¿Por qué?

d. ¿Hay cuadrados mágicos con más de 9 casillas?

Una manera de responder a las preguntas, es resolviendo problemas. A continuación, algunos problemas, que podrían considerarse problemas pre, respecto al problema propuesto al inicio de este artículo¹.

Problema 1: En el cuadrado mágico básico de orden 3 mostrado,

- i. Si se intercambia la ubicación de la primera y la tercera columna, ¿se sigue teniendo un cuadrado mágico? ¿Por qué?
- ii. Si se intercambia la ubicación de dos columnas cualesquiera, ¿siempre se tiene un cuadrado mágico? ¿Por qué?

Problema 2: En la siguiente cuadrícula, escribe números en las casillas en blanco, de modo que obtengas un cuadrado mágico:

5		
10	8	
		11

Problema 3: Observa el cuadrado mágico obtenido en el problema anterior y compáralo con el cuadrado mágico básico mostrado al inicio. ¿Qué relación encuentras entre ambos? ¿Puedes obtener uno a partir del otro usando una operación aritmética? ¿Puedes obtener muchos cuadrados mágicos a partir de uno conocido?

Resolver estos 3 problemas lleva a obtener respuestas a las preguntas a y b

Problema 4: ¿Qué puedes decir de los números del siguiente cuadrado mágico?

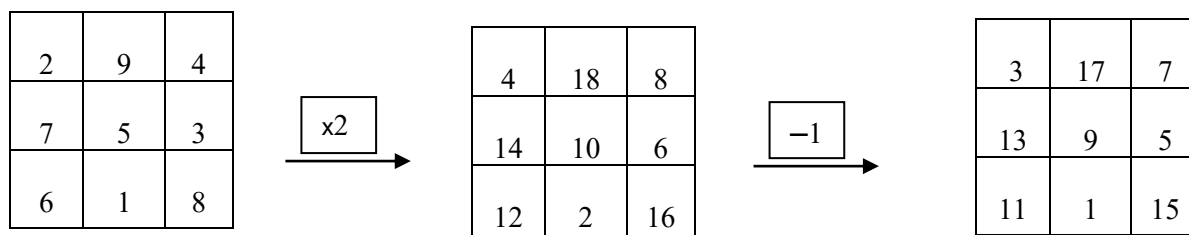
4	18	8
14	10	6
12	2	16

¿Qué relación encuentras entre el cuadrado mágico básico mostrado al inicio y el cuadrado mágico de este problema? ¿Puedes obtener uno a partir del otro usando una operación aritmética?

¹ Un problema pre, respecto a un problema dado, es un problema que facilita la comprensión y solución de tal problema dado (Malaspina, 2017).

Para resolver el problema dado

Las respuestas a las preguntas formuladas en los problemas 3 y 4 nos muestran un camino interesante para resolver el problema de construir un cuadrado mágico de orden 3, solamente con números impares, pues a partir del cuadrado mágico básico obtenemos uno con números pares, usando la multiplicación por 2; y a partir de este obtenemos uno que solo tiene números impares, usando la sustracción de 1 (o la adición de -1):



Podemos observar que multiplicando o sumando números a cada uno de los números de un cuadrado mágico de orden 3, o combinando estas operaciones, obtenemos otros cuadrados mágicos del mismo orden².

Ahora surgen nuevas indagaciones

- ¿Qué relación hay entre la constante mágica de un cuadrado mágico y la de otro obtenido a partir de este, mediante multiplicación?
- ¿Qué relación hay entre la constante mágica de un cuadrado mágico y la de otro obtenido a partir de este, mediante adición?
- En la secuencia mostrada de cuadrados mágicos, observamos que en el primer cuadrado mágico los números son consecutivos; en el segundo, son pares consecutivos y en el tercero, son impares consecutivos. También, en el del Problema 2, el que resulta es uno con números consecutivos (esta vez, de 1 en 1 y partiendo del número 4).

Entonces ... ¿siempre los números de un cuadrado mágico tienen que ser consecutivos, en sentido amplio?

Las dos primeras preguntas las dejo para que las respondan nuestros lectores, justificando sus respuestas. Me detendré en la tercera. Ciertamente, una manera de responderla es buscando un cuadrado mágico cuyos números **no** tengan este carácter de consecutivos (de 1 en 1, de 2 en 2, etc.). Una manera de hacerlo es tratando de construirlo y para ello deberíamos tener algunos criterios que podrían obtenerse observando los cuadrados mágicos que ya tenemos y hallando algunas propiedades. Otra manera más “moderna” es buscando cuadrados mágicos en internet o pidiendo a la inteligencia artificial generativa que nos muestre uno cuyo

² Esto nos hace ver una relación de los cuadrados mágicos con las funciones de la forma $f(x) = mx + n$ y nos abre otro mundo de indagaciones interesantes, en las que no me detendré en este artículo.

conjunto de números no sean consecutivos en el sentido amplio ya comentado; pero hay que tener muy presente que la IA puede cometer errores.

A continuación, muestro uno de estos cuadrados mágicos:

34	21	35
31	30	29
25	39	26

La constante mágica es 90 y los números 21, 25, 26, 29, 30, 31, 34, 35 y 39 no son consecutivos en el sentido mencionado; es decir, no están en una progresión aritmética. En consecuencia, la respuesta a la tercera pregunta es negativa y podemos decir que es falsa la conjetura que “en un cuadrado mágico, los números siempre deben estar en una progresión aritmética”, pues ya tenemos un contraejemplo.

Sin embargo, surgen inquietudes y nuevas indagaciones: ¿Qué ventaja tiene que los números de un cuadrado mágico estén en una progresión aritmética? Algo importante que podemos observar es que así es más fácil obtener la suma de todos los números del cuadrado mágico, usando una fórmula conocida³, que no me detendré a explicarla, pero que podemos llamar S . ¿Qué relación hay entre esta suma y lo que sabemos de los cuadrados mágicos? Algo fácil de advertir es que S también se puede obtener sumando las sumas de cada fila, que sabemos que es la “constante mágica”. Veamos el caso de cualquier cuadrado mágico de orden 3: si llamamos K a su constante mágica, resulta entonces que 3 veces K es S ; lo cual significa que $3K = S$ y así, conociendo la suma de todos los números de un cuadrado mágico de 3×3 , ya podemos conocer el valor de su “constante mágica”:

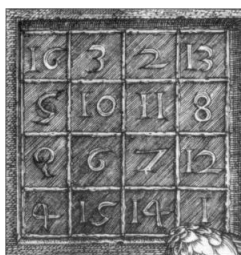
$$K = \frac{S}{3}$$

lo cual facilita la construcción misma de un cuadrado mágico. ¿Cómo así? Bueno, con esa pregunta se abren muchas otras cosas interesantes de los cuadrados mágicos, pero no podemos cubrir todo en este artículo. Por ejemplo, se puede demostrar que el número que se ubica en el centro del cuadrado es un tercio de la constante mágica. Esto puede verificarse en los cuadrados mágicos mostrados, pero es importante recordar que verificar no es lo mismo que demostrar.

Espero que se haya estimulado la curiosidad del lector de modo que continúe con las indagaciones y encuentre respuestas a las preguntas que surjan.

³ Obtener esta fórmula nos recuerda la famosa anécdota de Leonard Euler, cuando su profesor de primaria le pidió que encuentre la suma de todos los números del 1 al 100

Como información importante e histórica, que responde a la pregunta *d*, muestro a continuación el cuadrado mágico de orden 4, que aparece en una obra de arte de Alberto Durero, hecha en 1514⁴.



Cabe destacar, entre varios hechos curiosos de este cuadrado, que en los dos números centrales de la última fila se lee el año de la obra de arte.

Otra novedad, que refuerza la respuesta a la pregunta sobre la característica de progresión aritmética de los números de un cuadrado mágico, es el cuadrado mágico que muestro a continuación, construido solamente con números primos. Obviamente no son parte de una progresión aritmética.

17	89	71
113	59	5
47	29	101

Comentarios y reflexiones

Indagar es esencialmente hacer o hacerse preguntas. Artigue y Baptist (2012) escribieron un artículo sobre indagación en la educación matemática y en él destacan la importancia de la búsqueda de conocimiento o información mediante el método de hacer preguntas. Sin embargo, lamentablemente, en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, a todo nivel, la indagación no es suficientemente enfatizada. Muchas veces se enfatiza más en dar información, resultados, y algoritmos, que en estimular la observación, la reflexión, el análisis, la formulación de preguntas y la búsqueda de respuestas.

En nuestro enfoque (Malaspina et al., 2025), una de las fases en los procesos de creación de problemas y de invención de juegos es la indagación y ahora hemos visto, en el contexto de los cuadrados mágicos, cómo el indagar lleva a proponerse problemas que a su vez llevan a nuevas indagaciones y nuevos problemas, lo cual es una forma de ir haciendo matemáticas.

Los cuadrados mágicos brindan oportunidades para plantearnos muchas preguntas que estimulan el pensamiento matemático y suscitan emociones – tan

⁴ Puede encontrarse mayor información en <https://matematicasentumundo.es/ARTE/durero.htm>

importantes en los procesos de aprendizaje – pero usualmente se presentan evidenciando su “magia” y luego dando técnicas para construir cuadrados mágicos, sin explicar en qué se fundamentan, ni buscando relaciones entre un cuadrado mágico y otro del mismo orden.

El problema propuesto, la forma de resolverlo y las indagaciones mostradas, tienen el propósito de estimular una forma interactiva de trabajar con los cuadrados mágicos, haciendo preguntas y conjeturas, y relacionando conceptos matemáticos como paridad e imparidad en los números naturales, secuencias de números consecutivos, progresiones aritméticas, números primos y funciones.

Con estas reflexiones concluyo *El Rincón de Problemas* de este número de *UNIÓN* y, como en los números anteriores, invito a los lectores a participar en *El Rincón Intercreativo*, de este número.

A continuación, dejo algunas preguntas que podrían ser usadas para escribirme algo que se publicaría en *El Rincón Intercreativo* del próximo número:

- i) ¿De qué otra forma resolvería usted el problema propuesto inicialmente?
- ii) ¿Considera usted importante trabajar con cuadrados mágicos en la educación básica? ¿En qué nivel? ¿Por qué?
- iii) ¿Qué problema(s) sobre cuadrados mágicos crearía usted, para sus estudiantes? ¿Cómo lo podría implementar en una sesión de aprendizaje?
- iv) ¿Qué sugiere para avivar emociones agradables en el aprendizaje de las matemáticas, mediante los cuadrados mágicos?

Agradezco los comentarios y propuestas que me hicieron llegar, relacionados con el problema del número anterior de *UNIÓN* y los invito a leerlos en este número. También reitero mi exhortación amigable a que me hagan llegar sus comentarios o – mejor aún – sus experiencias en aula, a partir de sus reflexiones de carácter didáctico o matemático, motivados por las indagaciones y la resolución de los problemas de este artículo. Nos dará mucho gusto publicar y comentar lo que me escriban, en el próximo número de *UNIÓN*, como lo estoy haciendo en este número, con lo que me han enviado.

Bibliografía

Artigue, M., & Baptist, P. (2012). Inquiry in mathematics education (Resources for implementing inquiry in science and in mathematics at school). The Fibonacci Project Resources. <http://www.fibonacci-project.eu>

- Malaspina, U. (2017). La creación de problemas como medio para potenciar la articulación de competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo CIVEOS* Disponible en <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Malaspina U. (2021). Rompecabezas geométrico e indagaciones didáctico-matemáticas. *UNIÓN - REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, 17(63).
<https://www.revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/471/232>
- Malaspina, M., Malaspina, U., & Barraga, G. (2025). La creación de problemas como marco para inventar juegos que estimulen el pensamiento matemático. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (28), 97–116. <https://doi.org/10.35763/aiem28.7521>