

www.fisem.org/web/union

<http://revistaunion.org>

EDITORIAL

Estimados colegas y amigos,

Acabamos de publicar el número 48 de UNIÓN. Esta revista ha demostrado tener una fuerza que nos hace sentirnos muy felices. En esta edición, nos complace contar como firma invitada con Manuel de León (1953, Zamora), profesor de Investigación del Consejo Superior de Investigaciones (CSIC), ha trabajado principalmente en el campo de la Geometría Diferencial y sus aplicaciones a la Mecánica y a la Física Mecánica. Además, es director del Instituto de Ciencias Matemáticas un centro de investigación mixto del CSIC junto con tres universidades madrileñas: la Universidad Autónoma de Madrid (UAM), la Universidad Carlos III de Madrid (UC3M), y la Universidad Complutense de Madrid (UCM). Mantiene el puesto desde la creación del centro en 2007 y es el investigador principal del proyecto presentado al Programa Severo Ochoa que, desde 2011, distingue al ICMAT como uno de los mejores centros de toda España. Nos presenta el resultado de su investigación “ACERCAR LA INVESTIGACIÓN MATEMÁTICA A LAS AULAS”. En ella el autor muestra como la investigación matemática debe contribuir para que las matemáticas puedan presentarse a los alumnos y a los futuros ciudadanos como una ciencia con aplicaciones en la vida diaria. El Proyecto Klein de IMU e ICMI, quiere recordar las ideas de principios del siglo XX del matemático alemán Félix Klein, va en esa dirección. Se presentan dos ejemplos posibles en las que, partiendo de resultados elementales que se enseñan en las escuelas, podemos llegar a las últimas aplicaciones y desarrollos sofisticados de la matemática actual.

En el número 48 encontrarán siete artículos sobre los diversos temas, tres propuestas de aula, un problema y la reseña de dos libros. A continuación, presentamos la información sobre el contenido de este número.

El primer artículo titulado “**INCLUINDO TECNOLOGIAS NO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA: PLANEJANDO AULAS COM O RECURSO DOS TABLETS**” de la autoría de Homa e Groenwald se presenta la discusión enfocada en los conceptos fundamentales en el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en la Educación Básica. Se realizó un experimento con los profesores de matemáticas en educación continua, con construcciones con GeoGebra para tabletas, abordando conceptos de geometría y coordenadas polares con el Tangram. El objetivo general fue investigar las posibilidades de utilizar las tabletas como recurso didáctico en la construcción del conocimiento matemático. Los resultados indican que el uso de tabletas es una alternativa metodológica para la inclusión de las TIC en la Educación Matemática, que supone un cambio de la planificación habitual.

Alsina y Ortiz en el artículo “**DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA A LA ALFABETIZACIÓN PROBABILÍSTICA EN EL AULA: ELEMENTOS PARA SU CARACTERIZACIÓN Y DESARROLLO**” ofrecen orientaciones al profesorado de Educación Infantil y Primaria para fomentar la competencia probabilística de los alumnos. En la primera parte se describe la

competencia matemática en general y la competencia probabilística en particular, que se concibe como la capacidad de acceder, utilizar, interpretar y comunicar información e ideas relacionadas con la probabilidad, con el fin de participar y gestionar eficazmente las demandas de las funciones y tareas que implican incertidumbre y riesgo del mundo real; su desarrollo se aborda a partir de dos aspectos interrelacionados: los contextos de enseñanza-aprendizaje y las conexiones entre los conocimientos matemáticos. En la segunda parte se describen diversas tareas, actividades que simulan un acercamiento a la vida real en un sentido razonable, para desarrollar la alfabetización probabilística en las aulas de Educación Infantil y Primaria.

“LA EVALUACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS: ANÁLISIS DE LAS PRUEBAS ESCRITAS QUE SE REALIZAN EN SECUNDARIA” es el tercer artículo de este número. Sus autores son Lizarazo, Blanco Nieto y García. Según su investigación, los profesores de matemáticas siguen considerando las pruebas escritas como el principal referente de su evaluación. En ellas se proponen diferentes tipos de tareas con la intención de contrastar los aprendizajes de los estudiantes. Estas tareas son el foco de aprendizaje, trabajo y esfuerzo de los estudiantes para poder aprobar. En busca de identificar el tipo de aprendizajes que se potencian con las pruebas escritas, fueron analizadas 124 pruebas escritas, elaboradas por 84 profesores de secundaria de la ciudad de Bogotá. Esas pruebas contenían 2483 tareas, de las cuales, 999 eran consideradas problemas por los profesores que las proponían. En ellas se constata que las demandas cognitivas en su mayoría son de un nivel bajo o medio.

En el artículo de Mántica e Carbó titulado **“ESTUDIO DE PROCESOS DE FORMULACIÓN Y VALIDACIÓN DE CONJETURAS CON ESTUDIANTES DE SECUNDARIA EN INTERACCIÓN CON PARES”** se presenta el análisis de lo realizado por un grupo de estudiantes de una escuela secundaria, al formular una conjetura y validarla. Conscientes que cuando se conoce el proceso de producción de la demostración se puede tomar una decisión acerca de su validez efectiva y de su nivel, realiza el estudio utilizando registros etnográficos, audios, escritos y vídeos de lo producido durante la resolución de la tarea. Se realizan clasificaciones de los niveles de prueba alcanzados y se observa cómo actúan los estudiantes al producir soluciones comunes.

“COLABORACIÓN INTERNACIONAL EN CURSOS DE MAESTRÍA: EL CASO BRASIL-COLOMBIA” es el artículo de Borba, Almeida, Lopez e Vega. En el analiza la colaboración de dos grupos de investigación, quienes ofertaron un curso totalmente a distancia para dos programas de maestría de diferente nacionalidad. El curso fue parte de un proyecto de colaboración entre Brasil y Colombia entre los años 2014 y 2016. Utiliza una investigación cualitativa y de manera más específica el estudio de caso, como abordaje metodológico. Destacamos que este tipo de acciones pueden constituir una manera en la que los estudiantes de los programas de maestría, tengan un componente internacional en su formación.

Oliveira Filho, Santos y Abar reflejen sobre **“IMPLICAÇÕES DAS EXPERIÊNCIAS PESSOAIS NA CONSTITUIÇÃO DA IDENTIDADE PROFISSIONAL DOCENTE”** en base a resultados de una investigación cualitativa, tiene por objeto de investigación profesores de la escuela primaria

de Brasil. Para recoger los datos se utilizaron cuestionarios, entrevistas semiestructuradas y paneles descriptivos. Para el análisis de datos se utilizó a ATD (Análisis Textual Discursiva), en cuatro etapas: organización del corpus, unitarización de los elementos de significado, definición de las categorías y producción de metatexto. Los resultados mostraron que las experiencias de los profesores son continuas, permitiendo una reflexión y revisión de posiciones, y el consiguiente refuerzo de la identidad profesional a través del tiempo.

El artículo séptimo del número 48 tiene por título **“UM MODELO TEÓRICO DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO DO CONCEITO DE FUNÇÃO A PARTIR DE UM ESTUDO COM PROFESSORES”**, y sus autores son Santos e Barbosa. En este estudio fue desarrollado un modelo teórico de Matemáticas para la Enseñanza del Concepto de Función, utilizando como aporte teórico las reglas de reconocimiento y realización de la teoría del sociólogo Basil Bernstein, y como herramienta metodológica la estructura organizacional del Estudio del Concepto. Los datos fueron recolectados en una investigación empírica con un grupo de profesores. El modelo puede ser empleado como cuadro teórico en investigaciones sobre Matemáticas para la Enseñanza, así como para analizar y generar una amplia gama de formas de realización del concepto de función en la enseñanza.

A continuación, presentamos las tres propuestas de aula.

La primera, de Escalona, es **“UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA DE SUMA Y RESTA EN ESCOLARES DE TRES, CUATRO Y CINCO AÑOS”** en la que se estudia la construcción de las operaciones aritméticas de suma y resta en un esquema lógico–matemático subyacente al de transformaciones y se propone un plan de actuación en el aula mediante un tratamiento sistemático de dichas operaciones.

Polo nos presenta la propuesta **“GEOMETRÍA EN EL AULA A PARTIR DE UN TRATADO ESPAÑOL DE FORTIFICACIÓN DEL SIGLO XVI”**, guiada por la suposición de que la introducción de la historia de las matemáticas en el aula ordinaria es muy beneficiosa para el desarrollo y el proceso de aprendizaje. Aquí se presenta una secuencia didáctica donde la geometría, las TIC y el trabajo cooperativo se ven complementadas con un tratado de fortificación español del siglo XVI: los estudiantes aprenderán a tomar medidas indirectas a partir de las instrucciones de la *Teoría y práctica de fortificación* (1598) de Cristóbal de Rojas. La experiencia es exitosa, donde la historia de las matemáticas se hace imprescindible para contextualizar un problema determinado.

Para finalizar se presenta una situación real y concreta con la cual puede enfrentarse un alumno de la carrera de Ingeniería Agronómica de universidades de Argentina, tanto en la situación de estudiante como posteriormente de profesional, se pretende hacer uso de tres temáticas diferentes, Errores, Trigonometría y Vectores, incluidas en el plan de estudios e íntimamente relacionadas, con el objeto de poder resolver una problemática donde se integren los conocimientos que se dictan en las asignaturas como también utilizar dos temas inherentes a la matemática como alternativa a la solución del mismo. Es el contenido de **“ERRORES, TRIGONOMETRÍA Y VECTORES: APLICACIONES MATEMÁTICAS SOBRE EL MISMO OBJETO DE ESTUDIO”** propuesto por Cañibano, Vázquez y D’Andrea.

En la sección de resolución de problemas, Uldarico Malaspina Jurado nos trae reflexiones sobre: **“UNA FUNCIÓN DE DOS VARIABLES, EN CONTEXTO COTIDIANO Y CON PUNTOS DE DISCONTINUIDAD”**.

Armando Traldi, preparó la revisión de dos libros: **“DESAFIOS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA: FORMAÇÃO DE PROFESSORES”** cuyos organizadores son MANRIQUE, Ana Lucía; MARANHÃO, Maria Cristina Souza de Albuquerque y MOREIRA, Geraldo Eustaquio. En esta revisión Traldi, afirma que la obra presenta de manera cuidadosa la educación especial pues propone estudios basados en la literatura actual y con la sensibilidad necesaria para tratar el tema, con el uso de términos técnicos recomendados por expertos en el campo de la educación especial. Por lo tanto, el trabajo aporta contribuciones significativas y pertinentes a la comunidad científica, pero destaca las contribuciones relacionadas con la formación de profesores que trabajan en educación especial.

Para terminar, quisiéramos agradecer la labor de los revisores y de otros colaboradores que han hecho posible este número.

¡Buena lectura!

EDITORAS

Celina Abar y Sonia Iglioni

Estimados colegas e amigos,

O número 48 da UNIÓN acaba de sair. Esta Revista tem demonstrado muito vigor o que nos deixa muito satisfeitos. Neste número, temos o prazer de trazer para vocês, na condição de convidado, Manuel de León (1953, Zamora), professor de Investigação do Conselho Superior de Investigações (CSIC) e que tem trabalhado principalmente no campo da Geometria Diferencial e suas aplicações à Mecânica e à Física Mecânica. Também é diretor do Instituto de Ciências Matemáticas, um centro de pesquisa do CSIC e três universidades de Madrid: a Universidade Autónoma de Madrid (UAM), a Universidade Carlos III de Madrid (UC3M) e a Universidade Complutense de Madrid (UCM). Mantém o posto desde a criação do centro em 2007 e é o principal pesquisador do projeto apresentado ao Programa Severo Ochoa que, desde 2011, distingue o ICMAT como um dos melhores centros de toda a Espanha. Professor Manuel de León nos apresenta o resultado da sua investigação "**ACERCAR LA INVESTIGACIÓN MATEMÁTICA A LAS AULAS**". Nele o pesquisador mostra como a pesquisa matemática deve contribuir para que a matemática seja apresentada aos estudantes e futuros cidadãos como uma ciência que tem aplicações na vida cotidiana. O Projeto Klein de IMU e ICMI, que quer recuperar as ideias do início do século XX do matemático alemão Félix Klein, vai nessa direção. São apresentados dois exemplos possíveis nos quais, a partir de resultados elementares que é ensinado nas escolas, podemos chegar às mais recentes aplicações e desenvolvimentos sofisticados da Matemática atual.

O número 48 acolheu 7 artigos sobre as diversas temáticas de nossa área, 3 propostas de aulas, um problema e a resenha de dois livros. No que segue apresentamos indicações sobre o material deste número com votos que ele traga contribuições à pesquisa e a prática profissional de nossos leitores.

O primeiro artigo tem por título "**INCLUINDO TECNOLOGIAS NO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA: PLANEJANDO AULAS COM O RECURSO DOS TABLETS**" de autoria de Homa e Groenwald que apresenta a discussão centrada nos conceitos fundamentais no uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) na Educação Básica. Foi realizado um experimento com professores de matemática na educação continuada, com construções com o GeoGebra para tablets, abordando os conceitos de geometria e coordenadas polares com o Tangram. O objetivo geral foi investigar as possibilidades de uso dos tablets como recurso didático na construção do conhecimento matemático. Os resultados indicam que o uso dos tablets é uma alternativa metodológica da inclusão das TIC na Educação Matemática para mudar o planejamento habitual das aulas.

Alsina e Ortiz em "**DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA A LA ALFABETIZACIÓN PROBABILÍSTICA EN EL AULA: ELEMENTOS PARA SU CARACTERIZACIÓN Y DESARROLLO**" oferecem orientações para professores de ensino Pré-escolar e Primária com uma proposta para fomentar a competência probabilística dos estudantes por meio de tarefas autênticas. Na primeira parte se caracteriza a competência matemática geral e a competência

probabilística em particular, que coincide com a capacidade de acessar, utilizar, interpretar e comunicar informações e ideias relacionadas com a probabilidade, a fim de participar e gerir eficazmente as demandas das funções e tarefas que envolvem incertezas e riscos no mundo real; seu desenvolvimento é abordado sob dois aspectos inter-relacionados: conexões entre o conhecimento matemático e contextos de ensino/aprendizagem. A segunda parte descreve várias tarefas autênticas, ou seja, atividades que simulam a vida real em um sentido razoável, para desenvolver a alfabetização probabilística nas salas de aula do Ensino pré-escolar e Primário.

“LA EVALUACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS: ANÁLISIS DE LAS PRUEBAS ESCRITAS QUE SE REALIZAN EN LA SECUNDARIA” é o terceiro artigo deste número. Seus autores são Lizarazo, Blanco Nieto e García. Segundo suas investigações os professores de matemática continuam considerando as provas escritas como principal referência de sua avaliação. Nelas são propostas diferentes tipos de tarefas com a intenção de comparar o aprendizado dos alunos. Essas tarefas tem como foco a aprendizagem, trabalho e esforço dos alunos para poder aprovar. Em busca de identificar o tipo de aprendizagem que se evidencia com os testes escritos, foram analisados 124 testes escritos, elaborados por 84 professores de secundário da cidade de Bogotá. Estes testes contêm 2483 tarefas, dos quais 999 foram considerados problemas pelos professores que os propuseram. Neles se constata que as demandas cognitivas são, na sua maioria, de nível baixo ou médio.

No artigo de Mántica e Carbó intitulado **“ESTUDIO DE PROCESOS DE FORMULACIÓN Y VALIDACIÓN DE CONJETURAS CON ESTUDIANTES DE SECUNDARIA EN INTERACCIÓN CON PARES”** é apresentada a análise do resultado de um grupo de estudantes de uma escola secundária, ao formular uma conjectura e validá-la. Ciente de que quando o processo de produção da demonstração é conhecido pode ser tomada uma decisão sobre sua validade efetiva e de seu nível, foi desenvolvido o estudo usando registros etnográficos, artefatos escritos, áudio e vídeos, produzidos durante a resolução de tarefas. Foram realizadas classificações dos níveis de provas alcançados. Se observou como atuam os estudantes para produzir soluções comuns.

“COLABORACIÓN INTERNACIONAL EN CURSOS DE MAESTRÍA: EL CASO BRASIL-COLOMBIA” é o artigo de Borba, Almeida, Lopez e Vega. Nele é analisado a colaboração de dois grupos de pesquisa em um curso inteiramente a distância para dois programas de mestrados de diferentes nacionalidades. O curso foi parte de um projeto colaborativo entre Brasil e Colômbia entre 2014 e 2016. Empregou-se de uma pesquisa qualitativa e, de maneira mais específica, o estudo de caso como metodologia de abordagem. Salientamos que este tipo de ação pode ser uma maneira como estudantes, de programas de mestrado, têm uma componente internacional na sua formação.

Oliveira Filho, Santos e Abar refletem sobre **“IMPLICACIONES DAS EXPERIÊNCIAS PESSOAIS NA CONSTITUIÇÃO DA IDENTIDADE PROFISSIONAL DOCENTE”** tendo por base resultados de uma investigação qualitativa cujos sujeitos de pesquisa são professores da escola primária no Brasil. Para coletar os dados foram usados questionários, entrevistas semi-

estruturadas e painéis descritivos. Para a análise dos dados se utilizou a ATD (Análise Textual Discursiva), em quatro etapas: organização do corpus, unitarização dos elementos de significado, a definição das categorias e produção do metatexto. Os resultados mostraram que as experiências dos professores se sucedem, permitindo uma reflexão e revisão de posições e o consequente reforço da identidade profissional através do tempo.

O sétimo artigo do número 48 tem título **“UM MODELO TEÓRICO DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO DO CONCEITO DE FUNÇÃO A PARTIR DE UM ESTUDO COM PROFESSORES”**, e seus autores são Santos e Barbosa. Neste estudo, foi desenvolvido um modelo teórico de Matemática para o ensino do conceito de função, utilizando como aporte teórico as regras de reconhecimento e percepção da teoria do sociólogo Basil Bernstein e como ferramenta metodológica a estrutura organizacional do Estudo do Conceito. Os dados foram coletados em uma pesquisa empírica comum de grupo de professores. O modelo pode ser usado como quadro teórico em pesquisas da Educação Matemática, bem como para analisar e gerar uma ampla gama de formas de realização do conceito em função do ensino.

No que segue apresentamos as três propostas de aulas:

A primeira, de Escalona é **“UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA DE SUMA Y RESTA EN ESCOLARES DE TRES, CUATRO Y CINCO AÑOS”** Nessa proposta é estudada a construção das operações aritmética de soma e subtração em um esquema lógico-matemático subjacente de transformações e se propõe um plano de ação em sala de aula mediante um tratamento sistemático dessas operações.

Polo nos apresenta a proposta **“GEOMETRÍA EN EL AULA A PARTIR DE UN TRATADO ESPAÑOL DE FORTIFICACIÓN DEL SIGLO XVI”**, norteando-se pelo pressuposto de que a introdução da história da matemática em sala de aula comum é muito benéfica para o desenvolvimento e o processo de aprendizagem. Aqui é apresentada uma sequência didática onde a Geometria, as TIC e o trabalho cooperativo são complementados com um tratado de fortificação espanhol do século XVI: os alunos vão aprender a tomar medidas indiretas a partir das instruções da *Teórica y práctica de fortificación* (1598), de Cristóbal de Rojas. A experiência é bem sucedida onde a história da matemática é essencial para contextualizar um problema determinado.

Para finalizar apresenta-se a partir uma situação real e concreta com a qual pode enfrentar um estudante da carreira de Engenharia Agrônoma de universidades da Argentina, ambos na situação de estudante como posteriormente como profissional. Pretende-se fazer uso de três temáticas diferentes: erros, trigonometria e vetores, incluídas em um plano de estudos e intimamente relacionadas, como objetivo de poder resolver uma problemática onde se integram os conhecimentos como também utilizam dois temas inerentes à Matemática como uma alternativa para a solução do mesmo. É o que consta em **“ERRORES, TRIGONOMETRÍA Y VECTORES: APLICACIONES MATEMÁTICAS SOBRE EL MISMO OBJETO DE ESTUDIO”** proposto por Cañibano, Vázquez e D’Andrea

Na seção de Resolução de Problemas Uldarico Malaspina Jurado nos traz reflexões sobre **“UNA FUNCIÓN DE DOS VARIABLES, EN CONTEXTO COTIDIANO Y CON PUNTOS DE DISCONTINUIDAD”**.

Armando Traldi elaborou a resenha dos livros: **“DESAFIOS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA: FORMAÇÃO DE PROFESSORES”** cujos organizadores são MANRIQUE, Ana Lúcia; MARANHÃO, Maria Cristina Souza de Albuquerque e MOREIRA, Geraldo Eustáquio. Nessa resenha Traldi afirma que as obras apresentam um cuidado merecido com a temática Educação Especial, propondo estudos fundamentados em literaturas atuais e com a sensibilidade necessária para tratar do tema, com a utilização dos termos técnicos recomendados por especialistas da área da Educação Especial. Sendo assim, a obra traz contribuições significativas e relevantes à comunidade científica, mas destaca-se pelas contribuições relacionadas a formação dos professores que atuam na Educação Especial.

Finalmente, gostaríamos de agradecer o trabalho dos revisores e outros colaboradores que tornaram possível este número.

Boa leitura!

EDITORAS

Celina Abar e Sonia Iglori