

## Actividad investigativa escolar y ejercicios en matemáticas: El papalote

Carlos M. Hernández Hechavarría, Olga Lidia González Vidal

Fecha de recepción: 13/09/2012  
Fecha de aceptación: 25/10/2015

<p><b>Resumen</b></p>	<p>Las actividades investigativas escolares y los ejercicios en matemática merecen una atención especial por su incidencia en el perfeccionamiento de la enseñanza y el aprendizaje, en este sentido se presenta sintéticamente una concepción y ejemplifica su utilización en la práctica escolar asociado a un objeto atrayente para los alumnos: el papalote; un ejercicio propuesto en un curso de superación y un sistema de ejercicios elaborado por maestros participantes. <b>Palabras clave:</b> actividad investigativa, papelote</p>
<p><b>Abstract</b></p>	<p>The investigating school activities and the exercises in mathematics focus an especial attention for their incidence in the improving of the teaching and learning process, in this sense it presents a conception itself synthetically and it exemplifies his utilization in the school practice once an attractive object was associated to for the pupils: The kite; An exercise proposed in a course of overcoming and an exercising system elaborated by participating teachers. <b>Keywords:</b> investigating school activities, the kite</p>
<p><b>Resumo</b></p>	<p>As atividades investigativas escolares e os exercícios em matemática merecem uma atenção especial pela sua incidência no aperfeiçoamento do ensino e aprendizagem, neste sentido se apresenta sinteticamente uma concepção e exemplifica sua utilização na prática escolar associado a um objeto atraente para os alunos: a pipa; um exercício proposto num curso de superação e um sistema de exercícios elaborado por mestres participantes. <b>Palavras Chave:</b> atividades investigativas, pipa</p>

### 1. Introducción

Estudios regionales, nacionales y territoriales revelan que los resultados de la enseñanza - aprendizaje de las matemáticas no son satisfactorios y entre las causas señaladas en algunos de ellos figura la utilización de enfoques, métodos y medios inadecuados; en este sentido dificultades diagnosticadas en la orientación y desarrollo de actividades investigativas escolares y el planteamiento de ejercicios evidencian la necesidad de divulgar concepciones y ejemplos que sirvan de modelo.

El propósito de este artículo es exponer sintéticamente una concepción didáctica básica para el desarrollo de actividades investigativas escolares que transita por seis fases, desde la introducción o encuadre hasta la autoevaluación y evaluación;

también actividades de superación y observaciones didácticas para maestros que resultaron efectivas pues propiciaron su profundización en contenidos y elaboraciones de novedosos ejercicios que tuvieron un impacto favorable en la práctica escolar.

La actividad y ejercicios presentados también tuvieron un impacto novedoso por la utilización del GeoGebra ya que los docentes involucrados no conocían este potente software y transmitieron sus experiencias a otros de distintas escuelas que tampoco lo conocían. Además a aquí no solo se utiliza el GeoGebra simplemente para facilitar la obtención de un resultado, por ejemplo la imagen de una figura; fundamentalmente para obtener o redescubrir nuevos ejercicios y vías de solución aprovechando sus opciones para realizar construcciones y cálculo con rapidez.

## **2. Concepción para el desarrollo de actividades investigativas escolares.**

Con el propósito precisar dificultades en la enseñanza y el aprendizaje, profundizar en sus causas de y contribuir a erradicarlas, miembros del proyecto “Evaluación y mejoramiento de la calidad educativa en la Universidad de Ciencias Pedagógicas Frank País García y Centros escolares de Santiago de Cuba” han revisado, entre otros documentos, informes sobre operativos nacionales, mediciones trimestrales del aprendizaje de distintos municipios y centros escolares, tesis y propuestas de solución, precisándose dificultades entre las que figuran:

- Persistencia en la enseñanza de algoritmos.
- Escasa vinculación entre las asignaturas y de estas con la vida. No aprovechamiento de temas y actividades atrayentes para el aprendizaje de los escolares.
- Exiguo diagnóstico de las potencialidades de los escolares y deficiente atención a las diferencias individuales.
- No selección o inadecuada utilización de un software apropiado para el tratamiento de algunos temas, por ejemplo, del GeoGebra u otro que involucre la geometría dinámica y otros contenidos en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.
- Insuficiente conocimiento del enfoque investigativo y preparación para la elaboración de actividades investigativas que promuevan adecuadamente la inteligencia, la creatividad y el talento de los escolares.

Las dificultades anteriores, detectadas en las diferentes educaciones, evidencian que en general los maestros requieren preparación y entrenamiento para elaborar y desarrollar actividades investigativas adecuadas a las necesidades y potencialidades de los escolares con vistas a la estimulación y desarrollo de su creatividad.

Si bien destacados investigadores y docentes de diferentes países han abordado las actividades investigativas de los escolares desde distintas aristas con propósitos bien definidos, por ejemplo, acerca de la estimulación y desarrollo de la creatividad, la formación interdisciplinaria, el perfeccionamiento del método investigativo, las formas de organización y la autovaloración, no han permitido superar insuficiencias detectadas en la práctica escolar, por tanto se requiere profundizar en los resultados teóricos y prácticos obtenidos.

La importancia del desarrollo de actividades investigativas por los escolares es reconocida de manera explícita o implícita en diversos documentos dirigidos al perfeccionamiento del proceso de enseñanza aprendizaje, pero las indicaciones, criterios y consideraciones no cubren todas las necesidades de los docentes, pues generalmente, tienen un carácter muy general o no alcanzan un adecuado nivel de concreción y ejemplificación.

La concepción para el desarrollo de las actividades investigativas de los escolares que se presentará sintéticamente ha sido introducida en distintas educaciones, obteniéndose resultados positivos en el aprendizaje de los escolares, particularmente en las matemáticas, el establecimiento de vínculos interdisciplinarios, la formación científico investigativa de los escolares y la concreción del enfoque de resolución de problemas. También se ha reconocido su incidencia en la superación de los docentes que la utilizan.

Entre las insuficiencias que persisten en la práctica escolar respecto a las actividades investigativas de los escolares figuran las siguientes:

- Considerarlas como una actividad añadida u opcional, no como una actividad esencial, coherente y sistemática para el aprendizaje, en estrecho vínculo con los diversos componentes del proceso de enseñanza – aprendizaje.
- La insuficiente preparación de los docentes para orientarlas, dirigir las y controlarlas adecuadamente. En algunos casos se añade el desconocimiento sobre las posibilidades que ofrecen estas actividades para la enseñanza y el aprendizaje, por lo cual no se genera el interés por profundizar en la temática.

Se asumen como actividades investigativas las diligencias, indagaciones, sondeos, tanteos o exploraciones que hacen los escolares, a partir de la asunción de un problema, para descubrir o apropiarse de un conocimiento determinado, que sea nuevo y útil para ellos. Por ende deben estar dirigidas a satisfacer necesidades intelectuales o de aprendizaje de los escolares, que pueden estar dadas por falta de conocimientos, habilidades, o por grandes motivaciones, posibilidades e intereses de éstos en profundizar en un determinado contenido.

Considerar los distintos espacios de aprendizaje, el tiempo que le dedican y las relaciones personales que en ellos se establecen son aspectos importantes en la estructuración de un proceso de enseñanza aprendizaje que considere a las actividades investigativas como esenciales, pues pueden desarrollarse de manera individual y/o colectiva, tener distintos alcances y objetivos, previstas para un lapso corto o largo, dentro y/o fuera del salón de clases y, conjugar las actividades presenciales con las no presenciales en función del mejor aprovechamiento de los distintos espacios y momentos de aprendizaje.

Las referidas actividades adecuadamente atendidas por los docentes posibilita que los escolares descubran, planteen y resuelvan problemas atendiendo a sus intereses y potencialidades, es decir ofrecen posibilidades que no brindan otras concepciones de la enseñanza que priorizan la enseñanza de algoritmos por encima del desarrollo del pensamiento.

En este sentido, los problemas abiertos, pueden desencadenar importantes investigaciones, ya que no tienen una sola solución, requieren de la búsqueda de la mayor cantidad de información y elementos posibles para seleccionar, dentro de las posibles soluciones, la que consideren más apropiada y justificar su elección con la mayor objetividad posible, para lo cual tendrán que utilizar diversos recursos: estadísticos, gráficos y otros.

A continuación se exponen resumidamente las fases de la concepción para la orientación, desarrollo y control de las investigaciones escolares, como actividad esencial en la estructuración del proceso de enseñanza aprendizaje, posteriormente con el apoyo de una Figura 1 otros detalles.

### 1. Introducción y encuadre general.

Considerar, al comienzo del curso escolar y de cada unidad, una introducción y encuadre general (precisión de los objetivos y las reglas generales para el desarrollo de las investigaciones estudiantiles) que incite al desarrollo adecuado y permanente de investigaciones estudiantiles, que no se limiten sólo a una revisión y análisis bibliográfico, sino a que con ayuda del profesor, valoren la necesidad y la posibilidad de hacer redescubrimientos, como vía para el aprendizaje y la resolución de problemas vinculados con la vida y las ciencias.

Atendiendo a las necesidades o intereses de los escolares y profesores se pueden concebir y desarrollar investigaciones especiales, sin que sea necesaria o conveniente su presentación sistemática al nivel de grupo. De esta manera no se frena el desarrollo personal de ningún estudiante pues en dependencia de sus conocimientos previos, potencialidades personales, posibilidades materiales y deseos emprenderá actividades investigativas que incidirán notablemente en su aprendizaje.

### 2. Planteamiento de la orden o problema.

Planteamiento, desde el inicio de cada unidad, de órdenes o interrogantes que induzcan a los escolares a la realización de investigaciones, para apropiarse de nuevos contenidos y aplicarlos de forma creativa.

### 3. Formación de equipos pequeños.

Teniendo en cuenta la caracterización de los escolares (preparación, roles que desempeñan o que pueden desempeñar, relaciones interpersonales, etc.) se forman equipos pequeños.

### 4. Atención al trabajo de los equipos, teniendo en cuenta sus necesidades, intereses, motivaciones y posibilidades reales.

Dicha atención contempla:

A) Valorar sistemáticamente el nivel de independencia y de creatividad de los escolares, para poder ofrecerles oportunas sugerencias o plantearles nuevas exigencias que los estimulen.

B) Brindar sistemáticamente, según las necesidades, sugerencias sobre: el establecimiento de metas; el desarrollo de las tareas, acciones, y roles de los integrantes del equipo; la bibliografía y medios a utilizar; las reflexiones que realizan sobre los problemas que más le atañen; el proceso de planteamiento y resolución de

problemas; reconocer y valorar las observaciones, criterios, sugerencias y las preguntas valiosas que realizan los escolares en torno a la investigación; sobre la forma en que se presentarán los resultados a otros equipos y/o grupo.

5. Presentación y discusión de los resultados de las investigaciones por niveles.

Las investigaciones deben transitar por niveles, sin saltos, desde los más bajos hasta los más altos, por ejemplo no se debe presentar una investigación al nivel de centro, si antes no se ha presentado al nivel de grupo. Es un momento especial para la socialización de los resultados obtenidos y el reconocimiento de los avances individuales y grupales.

6. Autoevaluación y Evaluación del trabajo de los equipos.

La autoevaluación, la coevaluación y evaluación del trabajo de los equipos tienen que ser profundas, considerando los resultados finales, pero sobre todo el proceso y los avances individuales y grupales. Se debe tener en cuenta el cumplimiento de las reglas elementales para el trabajo grupal y los indicadores de aprendizaje y creatividad.

Se insiste en la flexibilidad y adecuación de las actividades investigativas acorde a las necesidades, potencialidades y posibilidades de aprendizaje de los escolares en cada área del conocimiento; no se puede exigir, al igual que en la formación postgraduada, elementos invariables u obligatorios en cuanto al diseño tiempo y otros aspectos pues están enfocadas hacia el aprendizaje de los escolares aprovechando los diferentes escenarios y factores objetivos.

En la Figura (1) se reflejan las fases expuestas, mediante flechas nexos entre ellas y otras actividades que se desarrollan fuera de las unidades temáticas. Con las flechas de bloque el carácter sistemático de las actividades investigativas; con las negras los nexos entre las investigaciones en distintas unidades, con las rojas la socialización de los resultados investigativos en jornadas científicas estudiantiles que pueden transitar desde los niveles inferiores hasta los superiores, desde el nivel de equipo o grupo hasta el provincial u otro en dependencia del grado, estrategia y espacios creados para las mismas.

Aunque no se niega el desarrollo de investigaciones especiales con un marco reducido de socialización, es importante que se valore con profundidad este aspecto pues es poco probable que la producción de un alumno no le interese o sea de provecho para el grupo escolar, además constituye un indicador de transparencia en los procesos de selección de trabajos para determinados niveles.

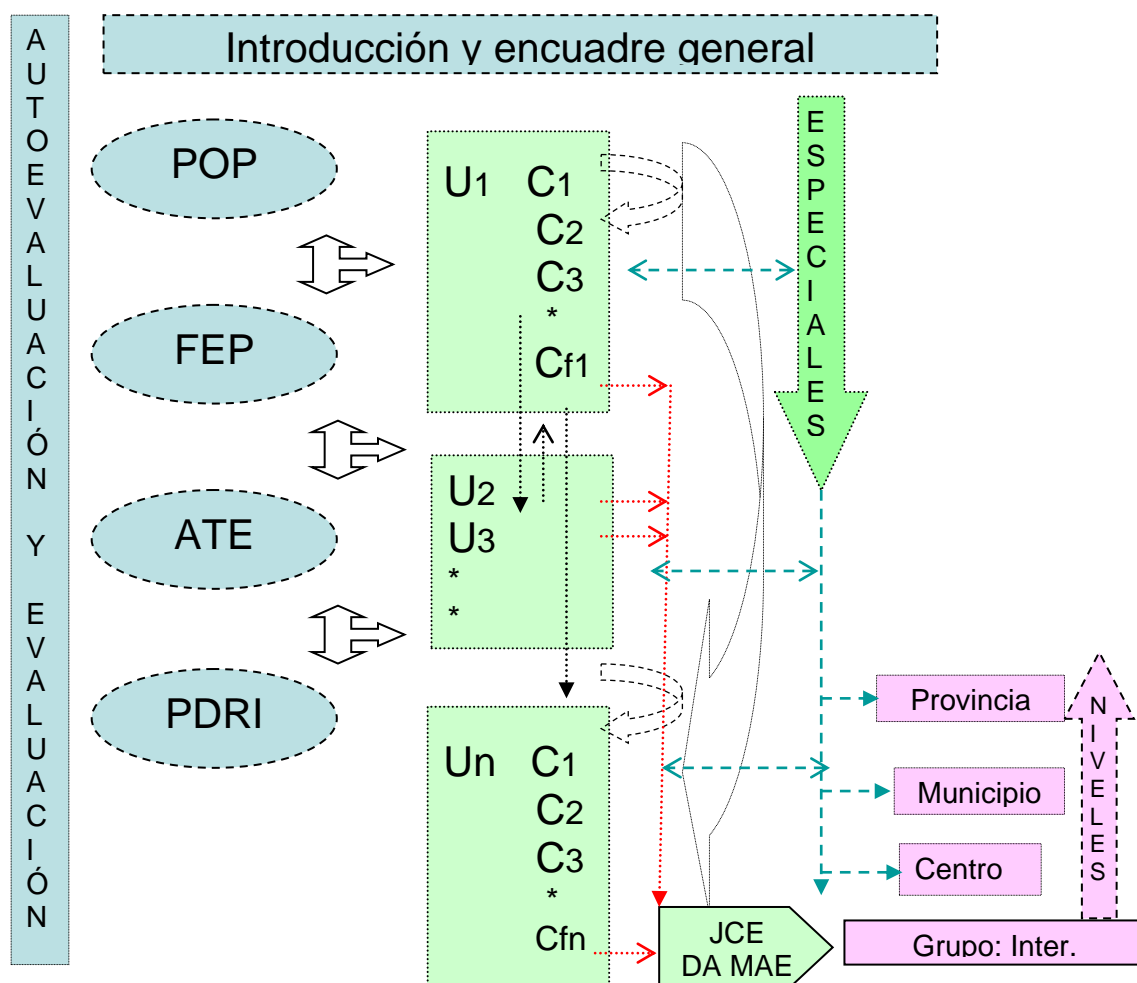


Fig. 1 Fases y nexos.

Leyenda:

n: cantidad de unidades temáticas

$U_1, U_2, \dots, U_n$  representan las unidades temáticas, en general  $U_i$ : Unidad temática número  $i$  ( $i$ : número de la unidad)

$C_1, C_2, C_3, \dots$  representan las clases de las unidades temáticas; en general  $C_j$ : Clase  $j$ -ésima de la unidad ( $j=f_i$  indica la última clase de la unidad número  $i$ ,  $f_i$ : número de clases de la unidad número  $i$ ; así  $C_{f_i}$ : Clase final de la unidad  $i$ -ésima.

POP: Planteamiento de la orden o problema.

FEP: Formación de equipos pequeños.

ATE: Atención al trabajo de los equipos.

PDRI: Presentación y discusión de los resultados de las investigaciones

AE: Autoevaluación y evaluación del trabajo de los equipos.

JCE – DAMAE: Jornada Científica Estudiantil sobre Descubrimientos y Aplicaciones Matemáticas por los Escolares.

Para la implementación de la alternativa presentada los docentes y los escolares pueden establecer y desarrollar estrategias o metodologías específicas acordes con los objetivos propuestos, al nivel que se pretenden presentar y múltiples factores que pueden incidir en la misma; algunas ideas generales o sugerencias para su elaboración son:



- Propuesta de variados temas de investigación, que guarden relación, si es posible, con diferentes profesiones o carreras; que requieran de los contenidos matemáticos del grado u otros.
- Para la formación de equipos, tener presente los siguientes elementos: el balance o equilibrio entre ellos en cuanto a la preparación matemática de sus integrantes; las relaciones interpersonales entre los escolares; la cercanía de las viviendas y otros factores que faciliten el encuentro entre los miembros del equipo; las posibilidades de recibir ayuda de los familiares y los recursos materiales para desarrollar la investigación.
- Establecimiento de una emulación entre los equipos, favorecedora de la creatividad, cuyos parámetros surjan de las iniciativas de los escolares, entre los que pudieran figurar: el descubrimiento, el planteamiento y la resolución de problemas; asistencia, puntualidad y disciplina en las actividades planificadas, en ningún caso la emulación debe provocar el descontento de los que no puedan resultar ganadores o destacados, más bien la satisfacción por el reconocimiento de las actitudes, avances y resultados de los que lo merezcan; de esta manera todos pueden resultar ganadores en lo individual y lo grupal, es decir no es necesario limitar la cantidad de destacados.
- Selección de las “casas de estudio” teniendo en cuenta: las condiciones físicas (amplitud, iluminación, ventilación, y otras); preparación intelectual y pedagógica de los padres; disposición y posibilidades de los padres para apoyar el trabajo de los equipos.
- Brindar orientaciones a los padres sobre las características de los adolescentes y las mejores formas en que pueden ayudarlos pues no todos poseen la preparación requerida para ello, el caso de los familiares que se involucran en el trabajo grupal de los escolares durante su estancia en las “casas de estudio” merecen una atención especial ya que generalmente tienen alta incidencia en la creación de un campo favorable para la creación, principalmente a través de su incidencia en las múltiples relaciones que se establecen entre los escolares y entre estos otras personas.
- Dedicar, al menos, las dos últimas horas de clase de cada unidad (o tomarlas de la reserva) para la presentación y discusión de los resultados de las investigaciones de los equipos. Realización de oponencias, por escrito y oral, entre los equipos. Entrega de boletas para que los escolares o equipos otorguen la evaluación, preferiblemente con una breve fundamentación.
- Precisar indicadores para la evaluación acorde a los contenidos y objetivos de cada actividad, por ejemplo, para evaluar la exposición oral de los escolares y preparación alcanzada, en esta dirección puede valorarse el desarrollo alcanzado en la expresión oral, pronunciación, expresividad, fluidez, entonación, independencia del material, donde sea capaz de exponer su investigación haciendo gala de lo aprendido y como estos conocimientos ya los puede expresar de manera independiente.

Para una mejor comprensión de la concepción presentada es conveniente su ejemplificación, con este propósito se presenta la actividad investigativa denominada “El papalote” para escolares de sexto grado de primaria, generalmente con edad de 11 años. Para su introducción en la práctica escolar debe adecuarse al diagnóstico de los escolares, disponibilidad de medios y contexto específico, es decir que tiene un carácter de modelo preparado para modificarse atendiendo a las necesidades y propósitos.

### 3. Actividad investigativa “El papalote”

No es casual que la comunidad científica reconozca la importancia del establecimiento de vínculos entre matemática y la vida con fines didácticos, en especial en la enseñanza primaria atendiendo a la formación de conceptos, juicios y razonamientos; lo concreto, la manipulación de objetos y la observación resultan esenciales.

Considerando que una de las principales diversiones de los niños cubanos, mexicanos y de otros países es empinar papalotes (cometas) y que en la mayoría de los casos, al menos en Santiago de Cuba, los construyen ellos mismos utilizando distintos materiales, fundamentalmente güin (pendón o vástago que echa la caña de azúcar) nylon, hilo y algún adherente o esparadrapo, consideramos que resultaría atrayente una actividad investigativa de los escolares sobre papalotes.

Atendiendo a las posibilidades del Geogebra para hacer construcciones, utilizar diferentes estilos y colores en los trazos, movimientos de puntos y figuras, visualización de transformaciones y sus implicaciones en cuanto a propiedades resulta de mucho valor en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la matemática con enfoque investigativo.

A continuación se expone sucintamente la actividad investigativa denominada “**El papalote**” que ilustra la utilización de la concepción presentada para el desarrollo de las actividades investigativas escolares.

#### **Introducción o encuadre.**

Se harán comentarios y preguntas con el propósito de motivar a los escolares para el desarrollo de investigaciones sobre los papalotes o cometas que les permita apropiarse de contenidos matemáticos y culturales en sentido general.

Entre las preguntas iniciales pudieran figurar las siguientes:

¿Qué es un papalote o cometa?, ¿en cuáles meses se incrementa su uso en tu localidad?, ¿quiénes los confeccionan?, ¿qué es lo más les llama la atención sobre ellos?, ¿consideran que es un juego importante para los niños cubanos?, ¿se utiliza la matemática para la confección de los papalotes?, ¿mediante la construcción de papalotes podemos aprender matemática (desarrollar habilidades de dibujo y cálculo, utilización de instrumentos y software, etc.) y divertirnos?

¿Creen que las cometas o papalotes solamente se han utilizado para la diversión?, ¿en cuáles fuentes pudieran encontrar información?

Si investigan sobre los papalotes y cometas es posible que conozcan diferentes usos de las cometas y aprendan matemática.

#### **Planteamiento de la orden o problema.**



1. Busca informaciones en diferentes fuentes sobre papalotes y cometas, redacta un breve informe sobre el significado de estos términos y aspectos interesantes sobre ellos.
2. En estos meses la mayoría de los niños construyen y empinan papalotes (cometas).
  - a) Representa gráficamente papalotes que empinas o que ves empinar a tus amiguitos y di que nombre recibe ese polígono. (figura).
  - b) Describe el papalote que más te guste atendiendo a su forma (figura geométrica), área, perímetro, longitudes de sus lados y razones entre estos, amplitudes de sus ángulos, materiales utilizados, peso y otros datos que consideres importante.
  - c) Representa gráficamente el papalote descrito respetando las proporciones entre sus lados y las amplitudes de sus ángulos y denota sus vértices con letras mayúsculas. Puedes auxiliarte de diferentes medios.
  - d) Representa con línea discontinua los güines, hilos u otros componentes que permitan una mejor representación del papalote.
  - e) Descompón el papalote en triángulos disjuntos.
  - f) Si identificas algún eje de simetría en el papalote, trázalo.
  - g) Formula un problema sobre papalotes que le pueda resultar interesante a tus amiguitos del aula.
3. En la Figura 2 se representa un papalote situado en un sistema de coordenadas.

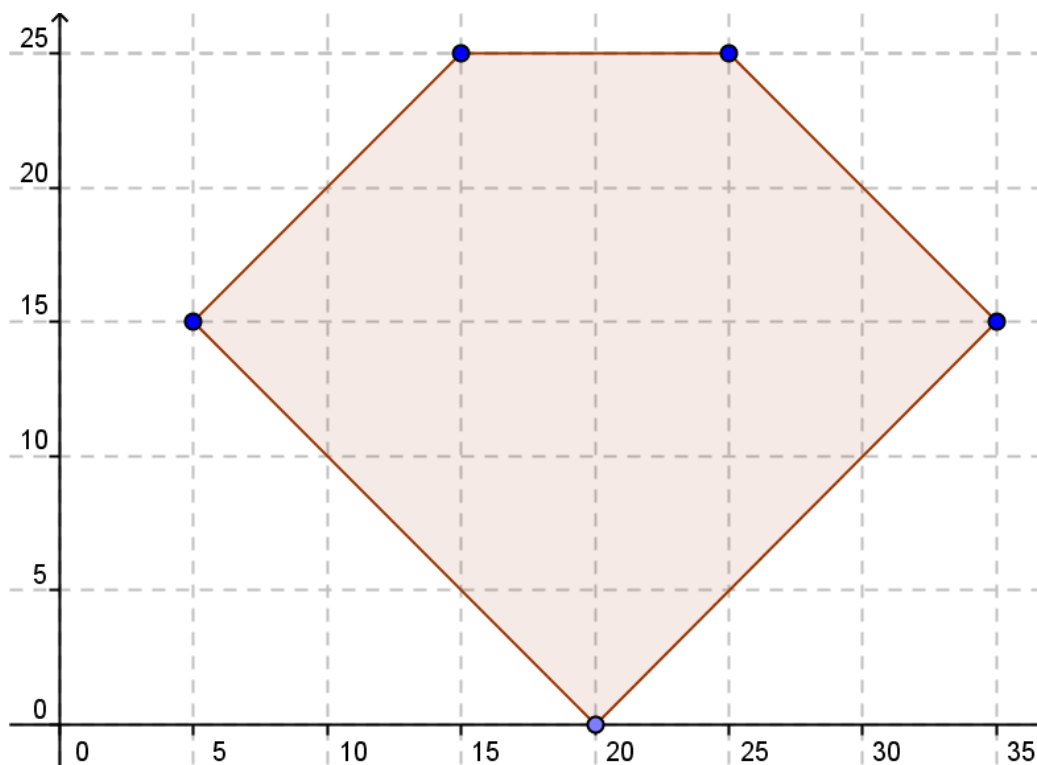


Fig. 2

- a) Determina el área y la amplitud de sus ángulos.

- b) Identifica tres vértices que formen un triángulo isósceles.
  - c) Descompón el papalote en tres triángulos disjuntos, uno obtusángulo, uno rectángulo y uno acutángulo.
  - d) ¿Cuál es el resultado de la suma de los ángulos internos del papalote?
4. Cuáles cuidados deben tener los niños cuando empinan papalotes.
5. En cuáles meses se incrementa el empinado de papalotes, ¿existe alguna justificación?

### **Formación de equipos pequeños.**

Aunque todos los escolares conocen los papalotes, en general los varones tienen cierta ventaja sobre las niñas, pues tienen más experiencias constructivas y de juego con el, por esta razón es conveniente que los equipos estén compuestos por hembras y varones y se tengan en cuenta los roles que en este sentido pudieran desempeñar. También las posibilidades de tiempo de máquina en la escuela y casas de estudio, por ejemplo si solo 5 niños del grupo poseen computadoras con la Enciclopedia en Carta y el Geogebra instalado u otro software para construcciones geométrica convendría que estos estuviesen en equipos distintos.

Además de los conocimientos y experiencias previas de los escolares sobre los papalotes es conveniente que el maestro considere la caracterización de los escolares y prevea posibles dificultades o errores en el desarrollo de las actividades y las ayudas que de manera diferenciada pudiera brindarles.

### **Atención al trabajo de los equipos.**

En la atención al trabajo de los equipos se consideran los conocimientos y experiencias previas, la motivación y las posibilidades materiales y personales.

Los sistemas de ayuda deben ajustarse a las necesidades específicas de los escolares, sin explicarles aspectos o elementos que ellos puedan redescubrir mediante el análisis y la experimentación; en este sentido se podrían formular nuevas preguntas o comentarios sugerentes para el reconocimiento de errores, la toma de decisiones y el desarrollo iniciativas.

La atención al uso del Geogebra es importante ya que ofrece facilidades para hacer construcciones geométrica, mediciones y cálculos y corroborar ideas, por esta razón es conveniente que el maestro, además de tener previstas distintas alternativas para las actividades con su utilización lo domine con profundidad para hacer sugerencias adecuadas y oportunamente.

Si bien el Geogebra ofrece facilidades excepcionales no se debe crear dependencia total e innecesaria de él, además reconocer cuando pudiera resultar contraproducente en dependencia del objetivo o las características del problema que se aborde, por eso el maestro debe tener total claridad del objetivo de cada actividad, de qué se persigue en lo conceptual, procedimental y actitudinal.

Por ejemplo en la pregunta 3, no es necesario, ni conveniente en algunos casos utilizar todas las opciones del Geogebra, pues las cuadrículas presentadas permiten identificar fácilmente las amplitudes de los ángulos del papalote ya que sus vértices coinciden con vértices de cuadrículas y sus lados están sobre lados de las cuadrículas o diagonales de estas, lo que sugiere un procedimiento sencillo:

identificar ángulos de  $45^\circ$  y  $90^\circ$  y efectuar las sumas correspondientes, de esta manera el objetivo parcial se centra en el desarrollo del razonamiento lógico a partir de la representación de la figura y no en el manejo del referido software.

En otros casos si pudiera resultar conveniente por ejemplo, para descomponer el papalote en tres triángulos disjuntos, uno obtusángulo, uno rectángulo y uno acutángulo, y a partir de aquí generar nuevas interrogantes u observaciones atendiendo a los efectos del movimiento de puntos característicos del papalote, también para hacer comprobaciones de longitudes entre puntos o amplitudes de ángulos como las que se ilustran en la figura (3).

Si los escolares no tienen ideas sobre fuentes o posibilidades para buscar informaciones en el tiempo concebido se les pueden hacer preguntas sugerentes, por ejemplo, ¿Cuáles fuentes de información existen en la escuela que les pudieran brindar información?, es posible que identifiquen a la Enciclopedia Encarta 2007 y diccionarios impresos o digitales.

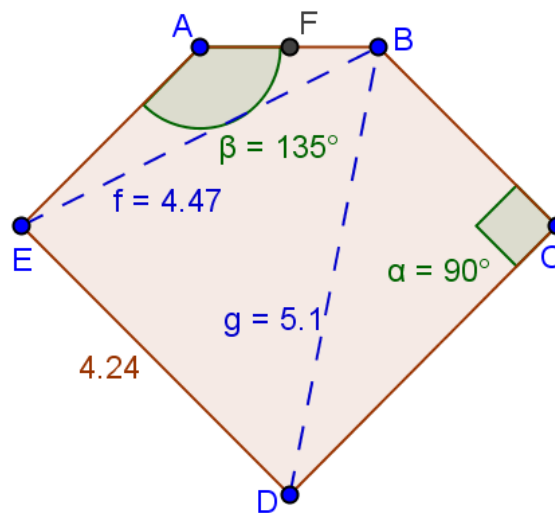


Fig. 3

Un aspecto a destacar pudiera ser la descripción de objetos o definiciones, en este sentido se podrían inducir a los escolares a comparar sus planteamientos con los del diccionario de la Lengua Española (Espasa, S.A.,1995) en el que se señala que el término papalote, del náhuatl papalotl, significa mariposa y que en Cuba y México se le denomina Cometa de papel y la acepción “Armazón plana y muy ligera, por lo común de cañas, sobre la cual se extiende y pega papel o tela; en la parte inferior se le pone una especie de cola formada con cintas o trozos de papel, y, sujeta hacia el medio a un hilo o bramante muy largo, se arroja al aire, que la va elevando, y sirve de diversión a los muchachos”

De esta manera es posible despertar la atención sobre la redacción y el significado de términos generalmente no utilizados por ellos, por ejemplo: “por lo común,,,”; Además destacar alguna diferencia con respecto a su contexto, una de ellas es que en algunos barrios santiagueros los niños utilizan solamente nylon sobre la armazón.

Resulta conveniente destacar cómo en los diccionarios se señala el origen de las palabras en el caso “de cometa” del lat. comēta, y este del gr. Komētḗ, de kōmḗ, cabellera y, distintas acepciones: como astro, armazón y juego.

En la atención al trabajo de los equipos también pudieran resultar provechosas nuevas interrogantes y sugerencias para búsqueda de aspectos generales o específicos, con distintos propósitos, por ejemplo:

¿Cuáles diferencias y semejanzas existen entre papalotes y competencias que se efectúan en Asia Oriental y en tu barrio?, ¿con cuáles propósitos fueron utilizados por Benjamin Franklin y Alexander Graham Bell?, ¿con cuáles en la esfera militar?

(Puede encontrarse en "Cometa." Microsoft® Encarta® 2007 [DVD]. Microsoft Corporation, 2006)

Lee la siguiente información "...Alexander Graham Bell desarrolló entre 1895 y 1910 diversas cometas en forma de tetraedro capaces de transportar a un ser humano en un pequeño alojamiento" ¿cuáles comentarios o interrogantes puedes hacer a partir de este?

Si bien es muy favorable el enriquecimiento del currículo mediante actividades como la anterior, hay que considerar tanto su necesidad o conveniencia como su posibilidad acorde a los conocimientos previos y potencialidades de los escolares, pues pudieran conducir a situaciones de enseñanza aprendizaje complejas o no pertinentes, por tanto los maestros deben estar preparados en este sentido para la toma de decisiones y la atención diferenciada a los escolares.

Por ejemplo, si los escolares quisieran profundizar sobre el experimento desarrollado por el inventor estadounidense Benjamín Franklin con una cometa o papalote para demostrar que la electricidad atmosférica que provoca los fenómenos del relámpago y el trueno es de la misma naturaleza que la carga electrostática de una botella de Leyden, el maestro podría destacar su interés pero que se profundizará en otros grados cuando obtengan conocimientos imprescindibles para ello.

En la Encarta 2007 se pueden encontrar diversas informaciones sobre los cometas (astronomía): definición, historia, composición, efectos solares, periodos de órbitas, grupos de cometas, relación entre cometas y lluvias de meteoros, origen y exploraciones realizadas sobre estos que, adecuadamente seleccionada y orientada enriquecería la cultura general de los escolares.

El maestro asesorará a los equipos con vista a su socialización en el grupo escolar.

### **Presentación y discusión de los resultados de las investigaciones.**

La presentación y discusión de los resultados podrá realizarse de diferentes maneras, incluso considerando distintos escenarios y momentos, por ejemplo atendiendo al interés de los escolares desarrollar, en un primer momento, una sesión práctica de construcción o empujado de papalotes en el patio de la escuela o parque cercano, una sesión en el laboratorio de computación y otra en el aula. Podrán tomarse iniciativas, por ejemplo: hacer una presentación abierta en el patio de la escuela en determinado momento con la participación de otros maestros, escolares y familiares con vista a que opinen o valoren los resultados y exposiciones de los equipos.

### **Autoevaluación y Evaluación del trabajo de los equipos.**

Si bien es justo tomar en cuenta los criterios de invitados externos al grupo, las valoraciones más importantes han de ser de los escolares y maestros atendiendo a los resultados integrales, no solamente del papalote físico o dibujado, ejercicio o solución bien elaborada. Considerar el respeto a las reglas de trabajo grupal, el desempeño de roles, los avances individuales y resultados obtenidos a partir de las habilidades y conocimientos previos de los escolares son aspectos importantes, igualmente las actitudes investigativas y creatividad.

Por la naturaleza de las órdenes resulta importante valorar la búsqueda de información en diferentes fuentes y su procesamiento, igualmente la utilización de

instrumentos de dibujo y del software Geogebra.

Reconocer las iniciativas y valores de los escolares durante el desarrollo de las actividades y su presentación contribuye a estimular conductas adecuadas.

Si bien la concepción presentada y la actividad presentada como ejemplo sirven de orientación no cubren todas las necesidades diagnosticadas, sobre todo de los docentes en formación y no entrenados en la utilización del enfoque investigativo, por lo que resulta necesario ofrecerles cursos y asesorías.

#### 4. Ejercicio propuesto a maestros de primaria que participan en el curso “Actividades investigativas y desarrollo de la creatividad en los escolares”

El ejercicio que se presentará como ejemplo fue propuesto a maestros de primaria que participan en el curso “Actividades investigativas y desarrollo de la creatividad en los escolares” impartido por el autor de este artículo con vista a analizar sus exigencias, la posibilidad de utilizarlo o transformarlo para su utilización en actividades investigativas relacionadas con la antes expuesta, en algún grado o grupo de escolares; también como punto de partida para profundizar en contenidos matemáticos, didácticos y su correspondencia con los presupuestos teóricos asumidos para la estimulación y desarrollo de la creatividad en los escolares.

Un niño confeccionó un papalote muy bonito y su padre le pidió que lo representara utilizando el Geogebra, respetando las amplitudes de los ángulos y las proporciones entre sus lados. El niño cumplió con la petición pero no le quedó totalmente bien pues no dominaba perfectamente el Geogebra, posteriormente con ayuda del padre obtuvo la siguiente figura (4)

Si se sabe que el güin mayor AB tiene una longitud de 48,00 cm. Teniendo en cuentas los datos de la representación

- ¿Cuál es la longitud de los otros güines?
- Describe un posible procedimiento para obtener esta representación
- Realiza una estimación del área y perímetro de la figura

Luego de responder las interrogantes anteriores, utilizando el Geogebra

- Representa la figura.
- Calcula su área y perímetro.
- Determina las amplitudes de los ángulos interiores
- Representa, con líneas discontinuas y con un color diferente al de los güines, los

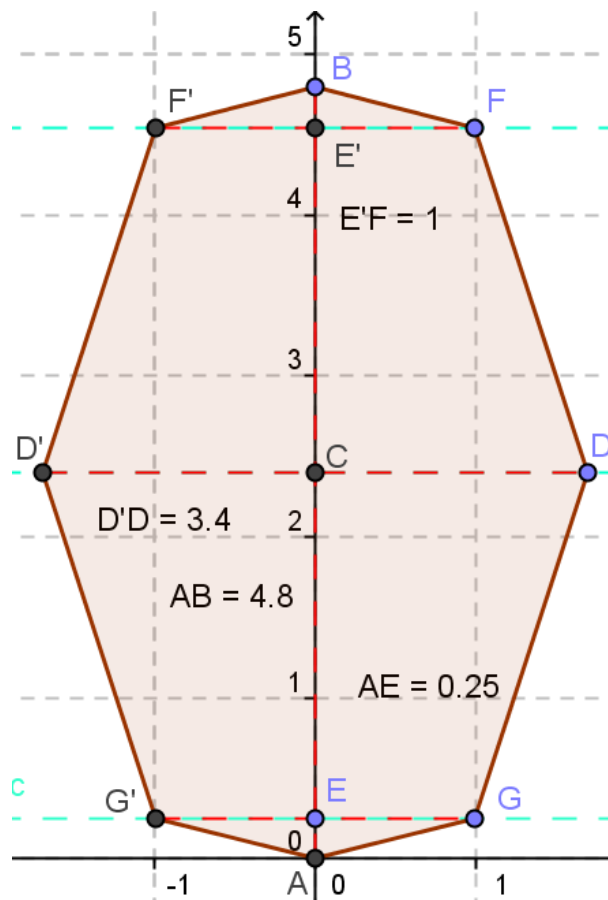


Fig. 4

hilos que pudieran fortalecer el papalote.

- h) Decora el papalote con figuras geométricas y reflexiona sobre sus propiedades. Puedes aprovechar los trazos de los güines e hilos.

En la figura (5) se representa con líneas discontinuas amarillas y verdes, hilos que pudieran fortalecer el papalote; en la (6) se añaden puntos y resaltan figuras que decoran el papalote, entre los cuales existen relaciones interesantes: de simetría, de obtención por movimientos y otras.

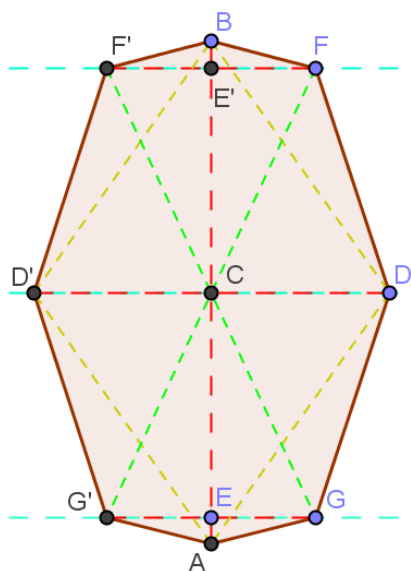


Fig. 5

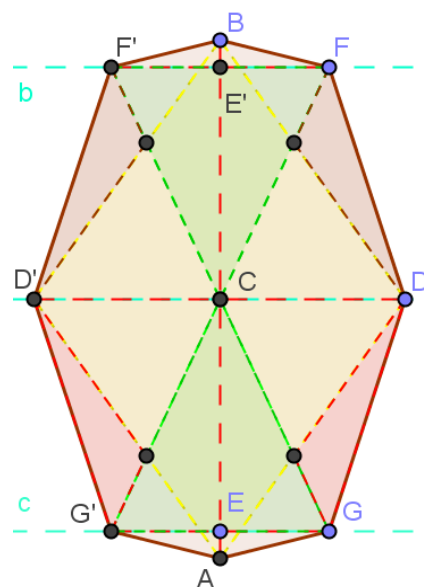


Fig. 6

- i) Elabora ejercicios asociados a estas figuras que estimulen el desarrollo de la creatividad en los escolares y resuélvelos, si es posible, por diferentes vías y valora cuál es la más original.

Entre los ejercicios y soluciones elaborados por el profesor del curso, como respuesta al inciso anterior y que pudieran servir de ejemplos y punto de partida para nuevas reflexiones figuran los siguientes:

- i.1) En la figura (7) se representan dos papalotes iguales que tienen un lado común, explique dos vías (movimientos) diferentes para obtener uno del otro.

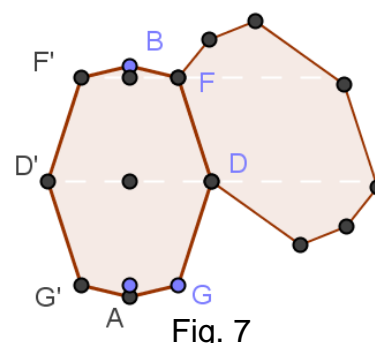


Fig. 7



Una de las posibles vías se ilustra en la figura (8): determinar un centro de rotación y ángulo que lo posibilite, en este caso el centro por la intersección de rectas sobre los lados que se observan y la determinación del ángulo con el apoyo del Geogebra. La posibilidad de que los escolares y los maestros puedan reconocer esta vía sugiere importantes reflexiones que no son objeto de análisis en este trabajo

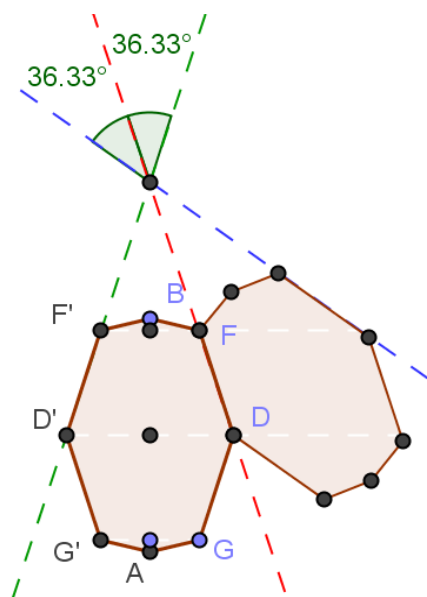


Fig. 8

i.2) Cuál es el número de papalotes que se pueden obtener por rotaciones sucesivas, con el mismo ángulo y centro, sin que se corten dos papalotes.

En la figura (9) se representa una de las posibles vías, apoyándose en las facilidades de construcción que ofrece el Geogebra, esta resulta conveniente cuando los niveles de abstracción y análisis de los escolares son bajos o cuando carecen de algunos conocimientos previos, por ejemplo del ángulo completo.

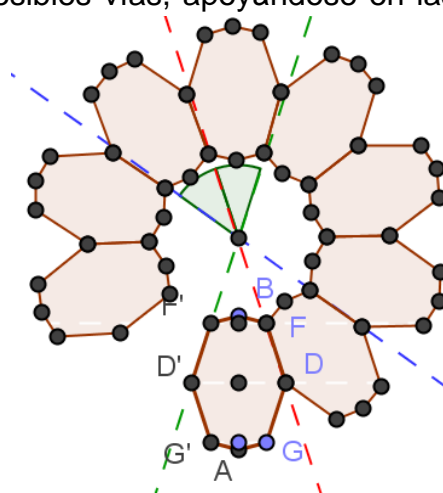


Fig. 9

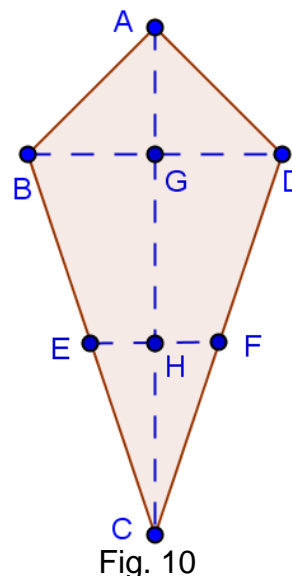
## 5. Sistema de ejercicios sobre el papalote elaborados por maestras de la escuela Marcos Martí.

El sistema de ejercicio que se presenta fue elaborado por un equipo de maestras de la escuela Marcos Martí, atendiendo al asesoramiento y curso “Actividades investigativas y desarrollo de la creatividad en los escolares” que imparte el autor de este artículo, contiene ejercicios con diferentes grado de dificultad, algunos se diferencian notablemente de los planteados en el libro de texto y que utilizan los maestros de primaria, pues están dirigidos al aprendizaje mediante investigación, la experimentación y el redescubrimiento de distintas vías o procedimientos de solución.

1. ¿Qué unidad de medida sería la más apropiada para medir los lados del papalote que empinan los niños?

- a) \_\_\_m                      b) \_\_\_ dam                      c) \_\_\_ km                      a) \_\_\_cm

2. Dibuja un papalote como el de la figura (10) utilizando el Geogebra, de cuatro lados, con dos guines paralelos y uno perpendicular a estos. Indica las longitudes de sus lados y otros datos que consideres importantes en su descripción para que otro niño lo pueda construir. Responde:



2.1 ¿Cuántos triángulos identificas en el papalote?

- a) \_\_\_2                      b) \_\_\_ 9                      c) \_\_\_ 4                      d) \_\_\_6

2.2 ¿Cuántos cuadriláteros identificas en el papalote?

- a) \_\_\_5                      b) \_\_\_ 3                      c) \_\_\_ 6                      d) \_\_\_7

2.3 Si GDFH es la imagen de GBEH por una reflexión ¿cuál es su eje?

- a) \_\_\_GB                      b) \_\_\_GE                      c) \_\_\_AD                      d) \_\_\_GH

2.4 Si tienes dibujado el triángulo ABC, cuál es el movimiento que realizarías para completar el dibujo del papalote

- a) \_\_\_rotación                      b) \_\_\_ traslación                      c) \_\_\_ reflexión\_\_\_                      d) \_\_\_ simetría

2.5 Puede ser el triángulo ECF imagen del ABD por algún movimiento. Explica por qué.

2.6 Si el triángulo ABD es isósceles, AB mide 9 cm. y BD 15 cm. Calcula su perímetro.

2.7 Si el segmento BD mide 15 cm. Y AG es la mediatriz de este ¿cuál es la longitud del segmento BG?

2.8 Traza la bisectriz del ángulo EBG.

2.9 Realiza la traslación del triángulo BCG tomando como vector de traslación al vector AF

2.10 Construye la imagen del papalote por un movimiento de rotación con centro en C.

En el marco del curso se debatieron distintos aspectos sobre la posibilidades de plantearle a los escolares los ejercicios anteriores y otros atendiendo a su preparación, también aspectos relacionados con la diferenciación de la enseñanza mediante la modificación de ejercicios. A continuación se muestran algunas variaciones de ejercicios presentados anteriormente con vistas a sustituirlos si fuese necesario con vista a que resulten problemas apropiados para los escolares.

El ejercicio 2.9 pudiera sustituirse por el siguiente:

2.9b) En la figura (11) se representa el papalote y el triángulo  $B'C'G'$ . Compáralo con el triángulo  $BCG$  y analiza si se obtuvo por algún movimiento.

En este caso no se pide que se realice un movimiento atendiendo a un vector dado y algoritmo enseñado por el maestro, se promueve la comprobación e identificación de relaciones o propiedades, entre otros impulsos pudieran figurar algunas de las siguientes interrogantes y sugerencias: ¿qué relación existe entre los lados y ángulos de estos triángulos?, ¿tienen la misma longitud los segmentos  $BB'$ ,  $GG'$  y  $CC'$ ?, ¿por qué  $B'$  pertenece al segmento  $GC'$ ?, compruebe si  $AD$  y  $CC'$  tienen la misma longitud y si son paralelos.

El ejercicio 2.10 pudiera sustituirse por el siguiente:

2.10b) En la figura (12) se presentan dos papalotes, investiga las relaciones entre sus lados, ángulos y cómo se pudiera obtener uno a partir del otro. Encuentra dos vías para ello y explica cuál de las dos es más racional u original. Explica cómo se pudiera determinar (sin instrumentos de medición) la amplitud del ángulo  $BCD'$  si se conociera la del ángulo  $BCD$ .

El ejercicio 2.10 también pudiera transformarse atendiendo al ángulo de rotación (no precisado) y otros aspectos, por ejemplo, añadiendo la orden "Escriba uno o dos párrafos acerca del movimiento realizado", como el tema es libre, podrán referirse a elementos matemáticos propios del ejercicio, metacognitivos y motivacionales, es decir, la orden no se limita al contenido matemático, pudiera revelar datos de importancia para la atención diferenciada a los escolares.

Otros ejercicios que no se presentan en este informe estuvieron dirigidos al reconocimiento de: puntos y partes de figuras que son original o imagen; realizar construcciones parciales o totales de papalotes utilizando el Geogebra y, reconocimiento o construcción de figuras.

Entre las observaciones realizadas por las maestras sobre el quehacer de los escolares en la resolución de algunos ejercicios se destacan en sentido general las siguientes:

- No necesitaron mucha ayuda para la construcción gráfica del papalote, solo para precisar algunos detalles.
- Necesitaron ayuda en la identificación y conteo de triángulos y cuadriláteros.
- Insuficiente dominio de conceptos y procedimientos para efectuar movimientos.

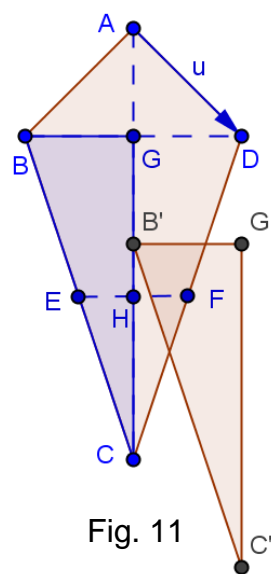


Fig. 11

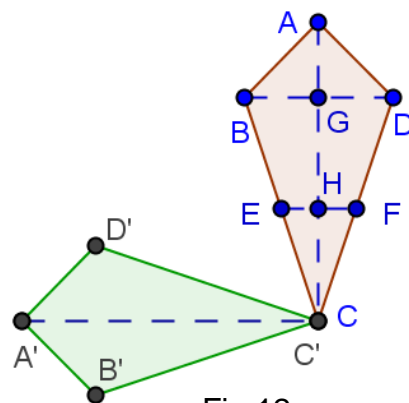


Fig.12

- Dificultades para fundamentar los movimientos y tendencia a operar con objetos auxiliares, por ejemplo: la reflexión mediante la simetría axial comentando “si doblo la hoja de papel los triángulos son iguales”.
- Escasa actitud investigativa ante la ausencia de conocimientos o conceptos no tratados formalmente por el maestro, por ejemplo: la fórmula para calcular el perímetro.
- Insuficiente vocabulario matemático.

En cuanto al quehacer de las maestras, subrayaron los cambios en su proceder didáctico, en vez de priorizar la enseñanza de algoritmos para la resolución de ejercicios promovieron la actitud investigativa de los escolares a partir del planteamiento y resolución de problemas en correspondencia con sus conocimientos previos y potencialidades. Reconocieron que esta nueva concepción les exigió profundizar en el diagnóstico y caracterización de los escolares, la atención a las diferencias individuales; que constituyó una importante vía de superación matemática, didáctica y profesional en general.

## 6. Consideraciones generales

Si bien la concepción para el desarrollo de actividades investigativas escolares, su ejemplificación y elementos expuestos contribuyen a superar dificultades diagnosticadas, no agotan las necesidades de los docentes; resulta necesario continuar divulgando otras experiencias que complementen las presentadas en este artículo y revelen un cambio favorable en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Resulta necesario que los docentes mediten acerca de la forma que tradicionalmente se tratan algunos contenidos matemáticos y la necesidad de realizar cambios trascendentales que propicien el desarrollo del pensamiento de los escolares, ejemplos de interrogantes que invitan a la reflexión en este sentido son las siguientes ¿de qué manera se enseña el trazado de la bisectriz de un ángulo?, ¿de esta manera se promueve adecuadamente el desarrollo del pensamiento y la creatividad en los escolares?; ¿podría el enfoque investigativo contribuir a perfeccionar el aprendizaje?

En cursos impartidos por el autor principal de este artículo se ha constatado la importancia de las interrogantes anteriores como punto de partida para reflexionar acerca del tratamiento didáctico de contenidos elementales con ejemplos concretos y las ventajas del enfoque investigativo para superar la enseñanza enfocada al dominio de algoritmos.

## Bibliografía

- Carrillo de Albornoz Torres, A. (2010). GeoGebra. Un recurso imprescindible en el aula de Matemáticas. UNIÓN, Número 23, páginas 201-210
- Diccionario de la Lengua Española (1995) Edición electrónica. Versión 21.1.0. Espasa, S.A.

- Hernández H, C. M. (2011). Estimulación y desarrollo de la creatividad mediante el enfoque investigativo. Curso pre evento. II Encuentro bilateral Cuba-México. Ediciones UO. ISBN: 978-959-18-0721-2. Santiago de Cuba.
- Hernández H, C. M. y otros (2012). Actividades investigativas escolares en la educación. Ejemplos. Curso pre evento. IV Taller CALIDED sobre Evaluación y Mejoramiento de la Calidad Educativa. Ediciones UO. ISBN 978-959-207-436-1. Santiago de Cuba.
- Hernández H, C. M. y otros (2011). Concepción para el desarrollo de actividades investigativas escolares: Ejemplos. Resultado de Proyecto Educativo “Evaluación y mejoramiento de la calidad educativa en la UCP Frank País García y centros escolares de Santiago de Cuba”.
- Hohenwarter, M. y Hohenwarter, J. (2008). Documento de Ayuda de GeoGebra. Manual Oficial de la Versión 3.2. 18 de Septiembre del 2009  
<http://www.GeoGebra.org>
- Mayer, R.E. (1983). Thinking, problem solving, cognition. W.H. Freeman and Company, USA, 1983.
- Microsoft® Encarta® 2007 [DVD]. Microsoft Corporation, 2006
- Soto N, O. E. (2008) Los juegos tradicionales y el desarrollo del niño de educación primaria. Tesis para obtener el grado académico de Maestro en Pedagogía. Michoacán, México,  
<phttp://www.imced.edu.mx/cid/recursos/tesismaestriaenpedagogia/sotonevarezo>  
[scareduardo/losjuegostradicionalesyeldesarrollodelninodeeducacionprimaria.](http://www.imced.edu.mx/cid/recursos/tesismaestriaenpedagogia/sotonevarezo)

**Carlos M. Hernández Hechavarría:** Posee los títulos de Maestro Primario, Profesor de Secundaria Básica, Licenciado en Matemática, Master en Ciencias de la Educación Superior y Doctor en Ciencias Pedagógicas. Ha dirigido proyectos de investigación e impartido conferencias y cursos en eventos científicos pedagógicos territoriales, nacionales e internacionales. Labora en el Centro de Estudios Pedagógicos de la Universidad de Ciencias Pedagógicas de Santiago de Cuba.

**Olga Lidia González Vidal:** Posee los títulos de Maestro Primario y Master en Ciencias de la Educación, mención Primaria. Es directora de la escuela primaria Marcos Martí y miembro del Proyecto Educativo “Evaluación y mejoramiento de la calidad educativa” de Santiago de Cuba.